



## Reseña

¿Qué es la física cuántica? ¿Cómo nos ayuda a entender el mundo? ¿Dónde deja a Newton y a Einstein? Y sobre todo, ¿por qué podemos estar seguros de que es una buena teoría? Brian Cox y Jeff Forshaw ofrecen un modelo concreto de la naturaleza que es comparable en esencia a las leyes del movimiento de Newton, la teoría electromagnética de Maxwell y la teoría de la relatividad de Einstein. A través de analogías con la vida cotidiana, que demuestran que los extraños fenómenos cuánticos tienen una explicación, logran transformar principios científicos fundamentales en algo fascinante y accesible a todo el mundo. Un recorrido por la teoría científica actual de la materia que permite explicar las sorprendentes propiedades de las partículas subatómicas o por qué si los átomos están prácticamente vacíos no atravesamos el suelo que está bajo nuestros pies.

## Índice

### Agradecimientos

1. [Aquí pasa algo raro](#)
2. [Estar en dos lugares a la vez](#)
3. [¿Qué es una partícula?](#)
4. [Todo lo que puede suceder, sucede](#)
5. [El movimiento como una ilusión](#)
6. [La música de los átomos](#)
7. [El universo en la cabeza de un alfiler](#)
8. [Interconectados](#)
9. [El mundo moderno](#)
10. [Interacción](#)
11. [El espacio vacío no está vacío](#)

### Epílogo

### Lecturas adicionales

## Agradecimientos

Queremos dar las gracias a los muchos colegas y amigos que nos ayudaron a «hacer las cosas bien» y nos ofrecieron valiosos consejos y sugerencias. En particular, queremos expresar nuestro agradecimiento a Mike Birse, Gordon Connell, Mrinal Dasgupta, David Deutsch, Nick Evans, Scott Kay, Fred Loebinger, Dave McNamara, Peter Millington, Peter Mitchell, Douglas Ross, Mike Seymour, Frank Swallow y Niels Walet.

Tenemos para con nuestras familias —Naomi e Isabel, y Gia, Mo y George— una enorme deuda de gratitud por su apoyo y su aliento, y por lidiar tan bien con nuestras obsesiones.

Por último, queremos agradecer a nuestro editor y a nuestras agentes (Sue Rider y Diane Banks) su paciencia, sus ánimos y su muy competente apoyo. Nuestro editor, Will Goodlad, merece sin duda un agradecimiento especial.

## Capítulo 1

### Aquí pasa algo raro

Cuántico. La palabra es al mismo tiempo evocadora, desconcertante y fascinante. Dependiendo de cuál sea su punto de vista, es la constatación del profundo éxito de la ciencia o un símbolo del limitado alcance de la intuición humana en nuestra lucha con la innegable extrañeza del dominio subatómico. Para un físico, la mecánica cuántica es uno de los tres grandes pilares en los que se basa nuestra comprensión del mundo natural, junto con las teorías especial y general de la relatividad de Einstein. Las teorías de Einstein abordan la naturaleza del espacio y del tiempo, y la fuerza de la gravedad. La mecánica cuántica aborda todo lo demás, y podría decirse que no importa en absoluto si es evocadora, desconcertante o fascinante: es simplemente una teoría física que describe cómo se comportan las cosas. Según esta pragmática vara de medir, su precisión y su capacidad explicativa son deslumbrantes. Existe una prueba de la electrodinámica cuántica, la más antigua y mejor comprendida de las teorías cuánticas modernas, que consiste en medir el comportamiento de un electrón en las proximidades de un imán. Durante años, armados de lápiz, papel y ordenadores, los físicos teóricos trabajaron intensamente para predecir el resultado de los experimentos. Los físicos experimentales construyeron y llevaron a cabo delicados experimentos para dilucidar los detalles más menudos de la naturaleza. Ambos bandos obtuvieron de forma independiente resultados de una gran precisión, equivalentes a medir la distancia entre Manchester y Nueva York con un margen de error de unos pocos centímetros. Sorprendentemente, el número al que llegaron los experimentalistas concordaba de manera precisa con el que habían calculado los teóricos: mediciones y cálculos estaban en perfecto acuerdo.

Esto es algo impresionante, pero también extravagante, y si el único objetivo de la teoría cuántica fuese trazar un mapa de lo diminuto, sería razonable preguntarse a qué viene tanto lío. La ciencia, como es evidente, no tiene necesariamente por qué

ser útil, aunque muchos de los cambios tecnológicos y sociales que han revolucionado nuestras vidas tienen su origen en la investigación fundamental que llevan a cabo los exploradores de nuestros días, cuya única motivación es llegar a comprender mejor el mundo que los rodea. Estas exploraciones movidas por la curiosidad a través de todas las disciplinas científicas han dado lugar a un aumento de la esperanza de vida, a los viajes aéreos intercontinentales y a las telecomunicaciones modernas, nos han permitido liberarnos de las penurias de la agricultura de subsistencia y nos han ofrecido una visión integradora e inspiradora, y toda una lección de humildad sobre el lugar que ocupamos en el infinito mar de estrellas. Pero, en cierto sentido, esto no son más que subproductos. Exploramos porque somos curiosos, no porque tratemos de construir grandiosas representaciones de la realidad o mejores artilugios.

La teoría cuántica quizá constituya el mejor ejemplo de cómo lo infinitamente extravagante acaba siendo profundamente útil. Extravagante, porque describe un mundo en el que una partícula puede realmente estar en varios lugares al mismo tiempo, y se mueve de un sitio a otro explorando de manera simultánea el universo entero. Y útil, porque entender el comportamiento de los componentes más pequeños del universo es la base sobre la que se erige nuestra comprensión de todo lo demás. Esta afirmación raya en la arrogancia, porque el mundo está repleto de fenómenos diversos y complejos. Pero, a pesar de esta complejidad, hemos descubierto que todas las cosas están construidas a partir de un puñado de diminutas partículas que se comportan según las reglas de la teoría cuántica. Tales reglas son tan sencillas que se pueden resumir en unas pocas líneas. Y el hecho de que no sea necesaria una biblioteca entera para explicar la naturaleza esencial de las cosas es uno de los mayores misterios.

Aparentemente, cuanto más entendemos sobre la naturaleza fundamental del mundo, más simple parece. A su debido tiempo explicaremos cuáles son estas reglas básicas y cómo los minúsculos componentes se alían para formar el mundo. Pero, para evitar que nos deslumbre la simplicidad fundamental del universo,

conviene dejar clara una cosa: aunque las reglas básicas del juego son sencillas, no siempre es fácil calcular sus consecuencias. Nuestra experiencia cotidiana del mundo está marcada por las relaciones entre enormes conjuntos de billones de átomos, y tratar de derivar el comportamiento de las plantas y las personas a partir de los principios fundamentales sería una locura. Reconocerlo no resta importancia al hecho de que en la base de todos los fenómenos se encuentra la mecánica cuántica de partículas diminutas.

Piense en el mundo que tiene a su alrededor. Tiene en sus manos un libro hecho de papel, fabricado a su vez a partir de la pulpa machacada de un árbol.<sup>1</sup> Los árboles son máquinas capaces de tomar un suministro de átomos y moléculas, descomponerlos, y reordenarlos para crear colonias cooperativas compuestas por muchos billones de partes individuales. Para hacerlo, utilizan una molécula llamada clorofila, compuesta por más de cien átomos de carbono, hidrógeno y oxígeno retorcidos en una intrincada forma, salpicada aquí y allá con unos pocos átomos de magnesio y nitrógeno. Este conjunto de partículas es capaz de capturar la luz que ha atravesado los 150 millones de kilómetros que nos separan de nuestra estrella, un horno nuclear cuyo volumen es un millón de veces mayor que el de la Tierra, y transferir esa energía al corazón de las células, donde se emplea en fabricar moléculas a partir de dióxido de carbono y agua, en un proceso en el cual se emite oxígeno, tan importante para la vida. Son estas cadenas moleculares las que forman la superestructura de los árboles y de todos los seres vivos, y también del papel de su libro. Puede leer el libro y entender las palabras que contiene porque posee ojos capaces de convertir la luz que reflejan las páginas en impulsos eléctricos que se interpretan en el cerebro, la estructura más compleja de la que tenemos constancia en el universo. Hemos descubierto que todas estas cosas no son más que conjuntos de átomos, y que la gran variedad de átomos que existen están compuestos únicamente por tres partículas: electrones, protones y neutrones. También hemos descubierto que los protones y los neutrones están a su vez formados por entidades más pequeñas llamadas quarks, y hasta ahí llega nuestro conocimiento, al menos

hasta donde sabemos a día de hoy. En la base de todo esto se encuentra la teoría cuántica.

La representación que nos ofrece la física moderna del universo que habitamos es, por lo tanto, una imagen de simplicidad subyacente: fenómenos elegantes que escapan a nuestra mirada, y de los que emerge la diversidad del mundo macroscópico. Este es quizá el culmen de la ciencia moderna: la reducción de la tremenda complejidad del mundo, incluidos los seres humanos, a una descripción del comportamiento de apenas un puñado de minúsculas partículas subatómicas y de las cuatro fuerzas que actúan entre ellas. Las mejores descripciones con que contamos de tres de estas fuerzas, las fuerzas nucleares fuerte y débil que operan en las profundidades del núcleo atómico, y la fuerza electromagnética que mantiene unidos los átomos y las moléculas, nos las proporciona la mecánica cuántica. Únicamente la gravedad, la más débil pero probablemente también la más conocida de las cuatro, carece a día de hoy de una descripción cuántica satisfactoria.

Hemos de reconocer que la teoría cuántica tiene cierta fama de rara, y en su nombre se han escrito muchas tonterías. Gatos que pueden estar al mismo tiempo vivos y muertos; partículas capaces de estar en dos lugares a la vez; Heisenberg diciendo que todo es incierto. Todo esto es verdad, pero la conclusión que tan a menudo se extrae de ello —que, puesto que algo raro sucede en el mundo microscópico, estamos rodeados de misterio— en absoluto lo es. Percepción extrasensorial, sanación mística, pulseras vibratorias que protegen de la radiación, y tantas otras cosas por el estilo se introducen subrepticamente en el reino de lo posible bajo el manto de la palabra «cuántico». Estos disparates nacen de una falta de claridad de pensamiento, voluntarismo, incomprensión genuina o malintencionada, o alguna desafortunada combinación de todo lo anterior. La teoría cuántica describe el mundo con precisión, utilizando leyes matemáticas tan concretas como cualquiera de las que propusieron en su tiempo Newton o Galileo. Esta es la razón por la que sabemos calcular la respuesta magnética de un electrón con una precisión tan exquisita. La teoría cuántica proporciona una descripción de la naturaleza que,

como descubriremos, posee una inmensa capacidad predictiva y explicativa para una enorme variedad de fenómenos, desde los chips de silicio a las estrellas.

Al escribir este libro, nuestro objetivo es desmitificar la teoría cuántica, un marco teórico que ha demostrado ser notoriamente confuso, incluso para sus pioneros. Para ello, adoptaremos una perspectiva moderna, que aproveche un siglo de experiencia y desarrollos teóricos. Sin embargo, para preparar el terreno, nos gustaría comenzar nuestro recorrido a principios del siglo XX, y repasar algunos de los problemas que llevaron a los físicos a abandonar de manera tan radical la dirección anterior.

A la teoría cuántica se llegó, como sucede a menudo en la ciencia, por el descubrimiento de fenómenos naturales que los paradigmas científicos de la época no podían explicar. En el caso de la teoría cuántica, estos fenómenos fueron muchos y variados. Una sucesión de resultados inexplicables generaron excitación y confusión, y catalizaron un período de innovación experimental y teórica verdaderamente digno del más usado de los clichés: fue una era dorada. Los nombres de los protagonistas están grabados en la conciencia de cualquier estudiante de física, y presiden los cursos universitarios en la materia incluso a día de hoy: Rutherford, Bohr, Planck, Einstein, Pauli, Heisenberg, Schrödinger, Dirac. Muy probablemente, nunca habrá otro momento en que tantos nombres se asocien con la grandeza científica en la búsqueda de un solo objetivo: una nueva teoría de los átomos y las fuerzas que componen el mundo físico. En 1924, al recordar las primeras décadas de la teoría cuántica, Ernest Rutherford, el físico de origen neozelandés que descubrió en Manchester el núcleo atómico, escribió: «El año 1896 [...] marcó el comienzo de lo que, con razón, se ha denominado la era heroica de la Ciencia Física. Nunca antes en la historia de la física se pudo asistir a un período de tan intensa actividad, durante el que se sucedieron con vertiginosa rapidez descubrimientos de una importancia fundamental».

Pero antes de viajar al París del siglo XIX y al nacimiento de la teoría cuántica, ¿qué podemos decir de la propia palabra «cuántica»? El término entró en la física

en 1900, a través del trabajo de Max Planck. Planck estaba interesado en la descripción teórica de la radiación que emiten los objetos calientes —la denominada «radiación del cuerpo negro»—, al parecer porque había recibido el encargo de estudiarla por parte de una compañía de iluminación eléctrica; en ocasiones, las puertas del universo se abren por los motivos más prosaicos. Hablaremos de la gran idea de Planck en detalle más adelante en este libro, pero para los propósitos de esta breve introducción bastará con decir que llegó a la conclusión de que solo podía explicar las propiedades de la radiación del cuerpo negro si suponía que la luz se emite en pequeños paquetes de energía, que llamó «cuantos». Así pues, la palabra significa literalmente «paquetes» o «discretos». En un primer momento pensó que esto no era más que un truco matemático, pero el trabajo posterior de Albert Einstein en 1905 sobre un fenómeno denominado efecto fotoeléctrico aportó una mayor consistencia a la hipótesis cuántica. Estos resultados eran sugerentes, porque los pequeños paquetes de energía se podían entender como el equivalente de las partículas.

La idea de que la luz está compuesta por un flujo de pequeñas balas contaba con una historia larga e ilustre, que se remontaba a Isaac Newton y al nacimiento de la física moderna. Pero parecía que el físico escocés James Clerk Maxwell había disipado cualquier duda que pudiese existir al respecto cuando, en 1864, publicó una serie de artículos que Albert Einstein describiría más tarde como «los más profundos y fructíferos que la física haya conocido desde la época de Newton». Maxwell demostró que la luz es una onda electromagnética que atraviesa el espacio, por lo que la idea de la luz como una onda gozaba de un immaculado y, aparentemente, intachable pedigrí. Sin embargo, en una serie de experimentos realizados entre 1923 y 1925 en la Universidad Washington en Saint Louis, Arthur Compton y sus colaboradores lograron producir choques entre cuantos de luz y electrones. Ambos se comportaban como bolas de billar, lo que constituía una evidencia concluyente de que la conjetura teórica de Planck tenía una base firme en el mundo real. En 1926, los cuantos de luz recibieron el nombre de «fotones». La

evidencia era incontrovertible: la luz se comporta como onda y como partícula. Esto marcó el fin de la física clásica, y el final del principio de la teoría cuántica.

## Capítulo 2

### Estar en dos lugares a la vez

Ernest Rutherford señalaba 1896 como el comienzo de la revolución cuántica porque ese fue el año en que Henri Becquerel descubrió la radiactividad en su laboratorio de París. Becquerel estaba intentando utilizar compuestos de uranio para producir rayos X, descubiertos tan solo unos meses antes por Wilhelm Roentgen en Würzburgo. Pero lo que descubrió fue que los compuestos de uranio emiten «les rayons uraniques», capaces de oscurecer placas fotográficas incluso envueltas en papel grueso que la luz no podría atravesar. Ya en 1897, el gran científico Henri Poincaré reconocía la importancia de los rayos de Becquerel en un artículo en el que, refiriéndose al experimento, escribió premonitoriamente: «Cabe pensar que nos permitirá acceder a un nuevo mundo cuya existencia nadie sospechaba». Lo desconcertante de la desintegración radiactiva, que acabó siendo una indicación de lo que estaba por venir, era que no había nada que desencadenase la emisión de los rayos: simplemente surgían de las sustancias de manera espontánea e impredecible.

En 1900, Rutherford indicó cuál era el problema: «Todos los átomos creados al mismo tiempo deberían durar un intervalo determinado. No obstante, esto contradice la ley de transformación observada, según la cual la vida de los átomos toma todos los valores entre cero e infinito». Esta aleatoriedad en el comportamiento que exhibía el micro mundo resultó muy sorprendente porque, hasta ese momento, la ciencia había sido resueltamente determinista. Si, en algún momento, uno conocía todo lo que es posible conocer sobre determinado objeto, entonces se creía que podría predecir con una certeza absoluta lo que le sucedería en el futuro. La destrucción de este tipo de predictibilidad es una de las características fundamentales de la teoría cuántica: en lugar de certezas, trata con probabilidades, y no porque carezcamos de un conocimiento absoluto, sino porque ciertos aspectos de la naturaleza se rigen intrínsecamente por las leyes del azar. Así

pues, ahora sabemos que es imposible predecir cuándo se desintegrará un determinado átomo. La desintegración radiactiva supuso el primer encuentro de la ciencia con los datos de la naturaleza, y provocó una duradera confusión en muchos físicos.

Sin duda, en el interior de los átomos sucedía algo interesante, aunque su estructura interna era completamente desconocida. Fue Rutherford quien en 1911 llevó a cabo el descubrimiento fundamental al utilizar una fuente radiactiva para bombardear una finísima lámina de oro con un tipo de radiación conocida como partículas alfa (que, ahora lo sabemos, son núcleos de átomos de helio). Rutherford, con sus colaboradores Hans Geiger y Ernest Marsden, descubrió, para su absoluta sorpresa, que aproximadamente una de cada 8.000 partículas alfa no atravesaba el oro, como cabía esperar, sino que salía rebotada directamente hacia atrás. Más adelante, Rutherford describiría ese momento con su característico lenguaje expresivo: «Era lo más increíble que me había pasado en toda mi vida. Era casi tan increíble como si disparásemos un proyectil de 15 pulgadas contra un trozo de papel y rebotase». Según quienes lo conocieron, Rutherford era un individuo agradable y con sentido común: una vez describió a un alto cargo que se las daba de importante como «un punto euclidiano: tiene posición, pero no magnitud».

Rutherford calculó que sus resultados experimentales solo se podían explicar si el átomo consistía en un núcleo muy pequeño en el centro, con los electrones orbitando a su alrededor. Por aquel entonces, probablemente tenía en mente algo parecido a las órbitas de los planetas alrededor del Sol. El núcleo contiene casi toda la masa del átomo, y esta es la razón por la que era capaz de detener sus partículas alfa «de 15 pulgadas» y hacer que rebotasen. El hidrógeno, el elemento más simple, posee un núcleo formado por un solo protón, con un radio de aproximadamente  $1,75 \times 10^{-15}$  m. Por si no está familiarizado con esta notación, equivale a 0,000000000000000175 metros, o, expresado en palabras, a algo menos de dos milésimas de millonésima de millonésima de metro. Hasta donde sabemos en la actualidad, el electrón es, como el alto cargo al que criticaba Rutherford, puntual, y

órbita alrededor del núcleo de hidrógeno con un radio unas 100.000 veces mayor que el diámetro nuclear. El núcleo posee carga eléctrica positiva, mientras que la del electrón es negativa, lo que significa que entre ambos existe una fuerza atractiva análoga a la fuerza de la gravedad que mantiene a la Tierra en órbita alrededor del Sol. Lo cual a su vez significa que los átomos son en su mayor parte espacio vacío. Si imaginamos que el átomo tuviese el tamaño de una pelota de tenis, entonces el diminuto electrón sería más pequeño que una mota de polvo y orbitaría a un kilómetro de distancia. Estos números son muy sorprendentes, porque desde luego no da la impresión de que la materia sólida esté muy vacía.

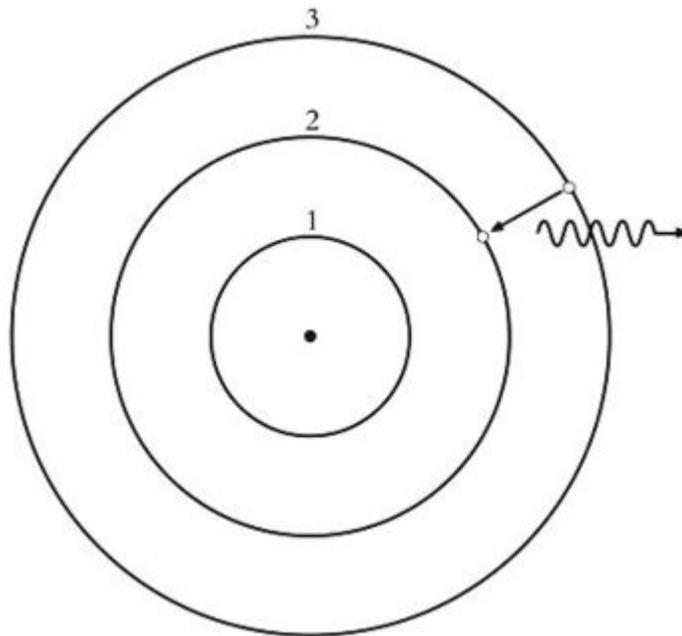
El átomo nuclear de Rutherford presentaba un sinfín de problemas para los físicos de la época. Por ejemplo, era bien sabido que el electrón debería perder energía al trazar su órbita alrededor del núcleo atómico, porque todos los objetos con carga eléctrica irradian energía si describen una trayectoria curva. Esta es la idea en la que se basa el transmisor de radio, que emite las ondas de radio producidas al hacer que se agiten los electrones en su interior. Heinrich Hertz inventó el transmisor de radio en 1887 y, cuando Rutherford descubrió el núcleo atómico, ya existía una emisora de radio comercial que enviaba mensajes a través del Atlántico desde Irlanda hasta Canadá. Así que, claramente, la teoría de las cargas orbitales y la emisión de ondas de radio funcionaba sin problemas, lo cual fue una causa de confusión para quienes trataban de explicar cómo los electrones podían mantenerse en órbita alrededor de los núcleos.

Otro fenómeno igualmente inexplicable era el misterio de la luz que emitían los átomos al calentarse. Ya en 1853, el científico sueco Anders Jonas Ångström provocó la descarga de una chispa a través de un tubo de hidrógeno gaseoso y analizó la luz emitida. Se podría suponer que, al brillar, un gas produciría todos los colores del arcoíris. A fin de cuentas, ¿qué es el Sol sino una bola de gas brillante? En cambio, Ångström observó que el hidrógeno emitía luz de tres colores muy distintos: roja, verde azulada y violeta, como un arcoíris con tres arcos estrechos y puros. Al poco tiempo se descubrió que cada elemento químico se comporta de esta

manera, y emite un código de barras de colores específico. Cuando Rutherford propuso su modelo del átomo nuclear, un científico llamado Heinrich Gustav Johannes Kayser había publicado una obra de referencia compuesta por seis volúmenes y 5.000 páginas, titulada *Handbuch der Spectroscopie*, en la que documentaba las coloridas líneas brillantes de todos los elementos conocidos. La pregunta de rigor, cómo no, era ¿por qué? No solo « ¿Por qué, profesor Kayser?» (que debía de ser el alma de las fiestas), sino también « ¿Por qué la profusión de líneas de colores?». Durante más de sesenta años, la ciencia de la espectroscopia, como se la denominaba, había sido al mismo tiempo un triunfo empírico y un páramo teórico.

En marzo de 1912, fascinado por el problema de la estructura atómica, el físico danés Niels Bohr viajó a Manchester para reunirse con Rutherford. Más tarde afirmó que tratar de descodificar los entresijos del átomo a partir de los datos espectroscópicos había sido como intentar derivar los fundamentos de la biología a partir de las coloridas alas de una mariposa. El átomo de Rutherford, un minúsculo sistema solar, le dio a Bohr la pista que necesitaba, y en 1913 publicó la primera teoría cuántica de la estructura atómica. Esta teoría presentaba ciertos problemas, de eso no cabía duda, pero también contenía varias ideas fundamentales que desencadenaron el desarrollo de la teoría cuántica moderna. Bohr llegó a la conclusión de que los electrones solo podían ocupar determinadas órbitas alrededor del núcleo, y de que las más cercanas a él eran las de menor energía. También afirmó que los electrones podían saltar entre esas órbitas. Saltaban a una órbita más elevada cuando recibían energía (de una chispa en un tubo, por ejemplo) y, pasado un tiempo, volvían a caer a órbitas inferiores, y al hacerlo emitían luz. El color de la luz estaba determinado directamente por la diferencia de energía entre las dos órbitas. La figura 2.1 ilustra esta idea básica: la flecha representa un electrón que salta del tercer nivel de energía al segundo y que, al hacerlo, emite luz (representada por la línea ondulada). En el modelo de Bohr, el electrón solo puede orbitar alrededor del protón en una de estas órbitas especiales, «cuantizadas»: se le

impide caer en espiral hacia el núcleo. De esta manera, su modelo le permitía a Bohr calcular las longitudes de onda (es decir, los colores) de la luz que Ångström había observado: los atribuía a la caída de un electrón desde la quinta órbita a la segunda (luz violeta), de la cuarta órbita a la segunda (luz verde azulada) o de la tercera a la segunda (luz roja). El modelo de Bohr también predecía correctamente que asimismo se debía emitir luz cuando los electrones caían a la primera órbita. Esta luz se encuentra en el rango ultravioleta del espectro, que no es visible para el ojo humano, por lo que Ångström no pudo verla. No obstante, sí había sido detectada en 1906 por el físico Theodore Lyman en Harvard, y el modelo de Bohr encajaba perfectamente con los datos de Lyman.



*Figura 2.1. El modelo atómico de Bohr ilustrando la emisión de un fotón (la línea ondulada) cuando un electrón cae de una órbita a otra (indicado con la flecha).*

Aunque Bohr no fue capaz de extender su modelo más allá del átomo de hidrógeno, las ideas que introdujo sí se pudieron aplicar a otros átomos. En particular, si suponemos que los átomos de cada elemento poseen un conjunto característico de órbitas, cada uno emitirá únicamente luz de ciertos colores. Por lo tanto, los colores

que emite un átomo hacen las veces de huella digital, y los astrónomos tardaron muy poco en sacar provecho de la especificidad de las líneas espectrales de los átomos para determinar la composición química de las estrellas.

El modelo de Bohr fue un buen comienzo, pero resultaba evidente que no era satisfactorio: ¿qué impedía que los electrones cayeran hacia el núcleo, cuando era bien sabido que debían perder energía por la emisión de ondas electromagnéticas (una idea muy arraigada en la realidad con la llegada de la radio)? ¿Por qué estaban cuantizadas las órbitas de los electrones? ¿Y qué pasaba con los elementos más pesados que el hidrógeno?, ¿cómo se podía entender su estructura?

Por incompleta que fuese la teoría de Bohr, supuso un paso crucial, y un ejemplo de cómo los científicos suelen hacer avances. No se gana nada con quedarse atascado frente a una evidencia chocante y con frecuencia desconcertante. En casos así, los científicos suelen guiarse por una conjetura razonable y a continuación proceden a calcular las consecuencias de esa hipótesis. Si la hipótesis funciona, en el sentido de que la teoría que se deriva de ella concuerda con el experimento, entonces, con algo más de confianza, se vuelve a intentar entender la hipótesis con más detalle. Durante trece años, nadie supo explicar el porqué del éxito de la conjetura de Bohr. A lo largo de este libro repasaremos la historia de estas primeras ideas cuánticas, pero de momento nos quedaremos con un conjunto de resultados extraños y cuestiones a medio responder, porque ese fue el panorama al que tuvieron que enfrentarse los pioneros de la teoría cuántica. En resumen, siguiendo los pasos de Planck, Einstein introdujo la idea de que la luz está compuesta por partículas, pero Maxwell había demostrado que la luz también se comporta como una onda. Rutherford y Bohr dieron los primeros pasos hacia la comprensión de la estructura atómica, pero el comportamiento de los electrones en el interior de los átomos no encajaba con ninguna teoría conocida. Y los diversos fenómenos agrupados bajo la denominación común de radiactividad, en los que los átomos se dividen espontáneamente sin ninguna razón aparente, seguían siendo un misterio, en buena

medida porque introducían en la física un incómodo componente de aleatoriedad. No cabía duda alguna al respecto: algo raro pasaba en el mundo subatómico.

El primer paso hacia una respuesta consistente y unificada se le atribuye generalmente al físico alemán Werner Heisenberg, y lo que hizo fue ni más ni menos que introducir una nueva manera de entender la teoría de la materia y las fuerzas. En julio de 1925, Heisenberg publicó un artículo que acababa con la antigua mezcolanza de ideas y teorías a medio construir, incluido el modelo atómico de Bohr, y presentaba una aproximación a la física completamente nueva. Empezaba diciendo: «En este artículo se intentarán consolidar los cimientos de una mecánica cuántica teórica que se base exclusivamente en las relaciones entre magnitudes que, en principio, son observables». Fue un paso importante, porque lo que Heisenberg estaba diciendo es que las matemáticas en las que se basa la teoría cuántica no tienen por qué corresponder a nada a lo que estemos acostumbrados. El objetivo de la teoría cuántica debería ser el de predecir cosas observables directamente, como el color de la luz emitida por los átomos de hidrógeno. No ha de esperarse de ella que proporcione algún tipo de representación mental satisfactoria del funcionamiento interno del átomo, porque esto no es necesario y quizá ni siquiera sea posible. De un plumazo, Heisenberg acabó con la arrogancia que se ocultaba tras la idea de que el funcionamiento interno de la naturaleza debería necesariamente ajustarse al sentido común. Lo cual no quiere decir que no quepa esperar de una teoría del mundo subatómico que se ajuste a nuestra experiencia cotidiana cuando de lo que se trate sea de la descripción del movimiento de objetos grandes, como pelotas de tenis o aeronaves. Pero hemos de estar dispuestos a abandonar nuestro prejuicio según el cual las cosas pequeñas se comportan como versiones a escala reducida de las más grandes, si así lo exigen nuestras observaciones experimentales.

No cabe duda de que la teoría cuántica es complicada, como tampoco la hay que el enfoque de Heisenberg es realmente complicado. Steven Weinberg, galardonado

con el premio Nobel y uno de los más grandes físicos vivos, escribió sobre el artículo de Heisenberg de 1925:

*Si el lector se queda perplejo ante lo que hace Heisenberg, ha de saber que no es el único. He tratado varias veces de leer el artículo que Heisenberg escribió al volver de Heligoland y, aunque creo que entiendo la mecánica cuántica, nunca he comprendido los motivos de Heisenberg para dar los pasos matemáticos que da en el artículo. En sus obras más logradas, los físicos teóricos suelen adoptar uno de estos dos papeles: son sabios o magos. [...] No suele ser difícil entender los artículos de los físicos sabios, pero los de los físicos magos son a menudo incomprensibles. En ese sentido, el artículo de Heisenberg de 1925 es pura magia.*

Pero la filosofía de Heisenberg no tiene nada de mágica. Es sencilla y constituye el núcleo de nuestro enfoque en este libro: el objetivo de una teoría de la naturaleza es hacer predicciones sobre magnitudes que puedan compararse con los resultados experimentales. No estamos obligados a producir una teoría que guarde relación alguna con la manera en que percibimos el mundo en general. Por suerte, aunque seguiremos la filosofía de Heisenberg, aplicaremos la aproximación de Richard Feynman al mundo cuántico, que es más transparente.

En las páginas anteriores hemos utilizado la palabra «teoría» con laxitud y, antes de proseguir con el desarrollo de la teoría cuántica, nos será útil analizar con más detalle una teoría más sencilla. Una buena teoría científica especifica un conjunto de reglas que determinan lo que puede pasar y lo que no en cierta parte del mundo. Si se demuestra que las predicciones son falsas, la teoría es errónea y debe sustituirse por otra. Si, por el contrario, concuerdan con las observaciones experimentales, la teoría sobrevive. Ninguna teoría es «verdadera», en el sentido de que siempre ha de ser posible buscar un hecho que la contradiga. En palabras del biólogo Thomas Huxley: «La ciencia es sentido común organizado, donde muchas

hermosas teorías han muerto a manos de un hecho desagradable». Cualquier teoría que no sea susceptible de falsación no es una teoría científica. De hecho, se podría incluso afirmar que no contiene ninguna información fiable. La dependencia de la falsación es lo que diferencia las teorías científicas de los asuntos opinables. Este significado científico de la palabra «teoría», por cierto, es diferente de su uso habitual, que a menudo denota cierto grado de especulación. Las teorías científicas pueden ser especulativas si aún no se han enfrentado a la evidencia, pero una teoría establecida está respaldada por numerosas evidencias. Los científicos se esfuerzan por desarrollar teorías que abarquen tantos fenómenos como sea posible, y los físicos en particular se entusiasman ante la perspectiva de describir todo lo que puede suceder en el mundo material en función de un reducido conjunto de reglas.

Un ejemplo de buena teoría con un amplio campo de aplicación es la teoría de la gravedad de Isaac Newton, publicada el 5 de julio de 1687 en sus *Philosophiæ naturalis principia mathematica*. Fue la primera teoría científica y, aunque posteriormente se ha demostrado que es inexacta en ciertas circunstancias, era tan buena que aún se sigue utilizando a día de hoy. Einstein desarrolló una teoría de la gravedad más precisa, la relatividad general, en 1915.

La descripción que Newton hace de la gravedad se puede plasmar en una única ecuación matemática:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Esto puede parecer sencillo o complicado, dependiendo de cuál sea su formación en matemáticas. A lo largo del libro, haremos un uso ocasional de las matemáticas. Para aquellos lectores que tienen dificultades con ellas, nuestro consejo es que se salten las ecuaciones sin demasiadas contemplaciones. Intentaremos siempre recalcar las ideas fundamentales sin basarnos en las matemáticas. Estas se incluyen sobre todo porque nos permiten explicar por qué las cosas son como son. De no

hacerlo, tendríamos que recurrir a la mentalidad del físico-gurú y sacarnos conejos de la chistera, y a ninguno de los autores nos agrada la condición de gurú.

Volvamos ahora a la ecuación de Newton. Imaginemos que una manzana cuelga precariamente de una rama. Cuenta la leyenda que el desencadenante para que Newton llegase a su teoría fue una manzana particularmente madura que cayó sobre su cabeza. Newton afirmó que la manzana está sujeta a la fuerza de la gravedad, que tira de ella hacia el suelo, y dicha fuerza está representada en la ecuación por el símbolo  $F$ . Así que, para empezar, la ecuación permite calcular la fuerza sobre la manzana si conocemos el significado de los símbolos que aparecen en la parte derecha de la ecuación. El símbolo  $r$  hace referencia a la distancia entre el centro de la manzana y el centro de la Tierra. Es  $r^2$  porque Newton descubrió que la fuerza depende del cuadrado de la distancia entre los objetos. En lenguaje no matemático, esto significa que, si se dobla la distancia entre la manzana y el centro de la Tierra, la fuerza gravitatoria disminuye en un factor cuatro; si se triplica la distancia, la fuerza cae en un factor nueve, y así sucesivamente. Los físicos tienen un nombre para este comportamiento: es una ley del inverso del cuadrado. Los símbolos  $m_1$  y  $m_2$  se refieren a la masa de la manzana y a la de la Tierra y, con su presencia, Newton reconoce que la fuerza de atracción gravitatoria entre dos objetos depende del producto de sus masas. Lo cual suscita una cuestión: ¿qué es la masa? Es una pregunta interesante en sí misma, y para llegar a la respuesta más fundamental de que disponemos a día de hoy habrá que esperar hasta que hablemos de una partícula cuántica conocida como bosón de Higgs. A grandes rasgos, la masa es una medida de la cantidad de «materia» que un objeto posee: la Tierra es más masiva que la manzana. Pero no nos basta con una afirmación de este tipo. Por suerte, Newton también nos proporcionó una manera de medir la masa de un objeto independientemente de su ley de la gravitación, contenida en la segunda de sus tres leyes del movimiento, tan queridas por todo estudiante de secundaria:

1. Todo objeto permanece en un estado de reposo o de movimiento rectilíneo y uniforme salvo que una fuerza actúe sobre él;
2. Un objeto de masa  $m$  experimenta una aceleración  $a$  cuando sobre él actúa una fuerza  $F$ . En forma de ecuación, esta relación se expresa como  $F = ma$ ;
3. Para cada acción existe una reacción igual y de sentido opuesto.

Las tres leyes de Newton proporcionan un marco para describir el movimiento de los objetos bajo la influencia de una fuerza. La primera ley describe lo que sucede con un objeto cuando no actúa ninguna fuerza sobre él: permanece en reposo o bien se mueve en línea recta y a velocidad constante. Más adelante trataremos de encontrar una afirmación equivalente para las partículas cuánticas, pero no nos adelantamos demasiado si decimos que las partículas cuánticas no se están quietas, sino que saltan de un sitio a otro incluso en ausencia de fuerzas. De hecho, la propia noción de «fuerza» no forma parte de la teoría cuántica, por lo que la segunda ley de Newton está abocada a acabar en la papelera, y no es una forma figurada de hablar: las leyes de Newton acabarán en la papelera porque se ha demostrado que solo son aproximadamente correctas. Funcionan bien en muchos casos, pero dejan de hacerlo por completo cuando de lo que se trata es de describir fenómenos cuánticos. Las leyes de la teoría cuántica sustituyen a las de Newton y ofrecen una descripción del mundo más precisa. La física de Newton surge de la descripción cuántica, y es importante tener en cuenta que la situación no es «Newton para los objetos grandes y la cuántica para los pequeños». Todo es cuántica.

Aunque aquí no le prestaremos mucha atención a la tercera ley de Newton, sí merece un par de comentarios por nuestra parte para sus entusiastas. La tercera ley afirma que las fuerzas existen por pares: si me pongo de pie, mis pies ejercen presión sobre la Tierra, y la Tierra responde ejerciendo presión sobre mí. Esto implica que, en un sistema «cerrado», la fuerza neta que actúa sobre él es cero, lo cual a su vez significa que el momento total del sistema se conserva. A lo largo del

libro utilizaremos el concepto de momento, que para una sola partícula se define como el producto de su masa por su velocidad, que escribimos como  $p = mv$ . Curiosamente, la conservación del momento tiene sentido en la teoría cuántica, aunque no sucede lo mismo con la noción de fuerza.

Pero, por el momento, lo que nos interesa es la segunda ley de Newton.  $F = ma$  significa que, si aplicamos una fuerza conocida sobre un objeto y medimos su aceleración, su masa viene dada por el cociente entre la fuerza y la aceleración. Lo cual a su vez supone que sabemos cómo definir la fuerza, algo que no es muy difícil. Una manera sencilla de hacerlo, aunque no muy precisa ni práctica, consiste en medir la fuerza a partir del tirón que ejerce algún objeto de referencia, como por ejemplo una tortuga corriente, que se desplaza en línea recta con un arnés mediante el cual tira del objeto. Podríamos llamar a esta tortuga estándar «tortuga SI» y mantenerla en una caja sellada en la Oficina Internacional de Pesos y Medidas en Sèvres, Francia. La fuerza que ejercerían dos tortugas con sendos arneses sería el doble; si fuesen tres, sería el triple, etcétera. Así, siempre podríamos referirnos a cualquier tirón o empujón en función del número de tortugas estándar necesarias para generarlo.

Con este sistema, que es lo suficientemente ridículo como para que lo apruebe un comité internacional de estándares,<sup>2</sup> podemos hacer que una tortuga tire de un objeto y medir su aceleración, lo cual nos permitirá deducir su masa mediante la segunda ley de Newton. A continuación, podemos repetir el procedimiento para deducir la masa de un segundo objeto, para después introducir ambas masas en la fórmula para la ley de la gravedad y determinar la fuerza que existe entre ellas debida a la gravedad. No obstante, para asignarle una cifra de equivalentes-tortuga a la fuerza gravitatoria entre ambas masas aún necesitaríamos calibrar todo el sistema respecto a la intensidad de la propia gravedad, y aquí es donde entra en juego el símbolo  $G$ .

$G$  es un número muy importante, denominado «constante gravitatoria de Newton», que representa la intensidad de la fuerza gravitatoria. Si doblásemos el valor de  $G$ ,

también la fuerza sería el doble, lo cual haría que la manzana se acelerase hacia el suelo el doble de rápido. Por tanto, describe una de las propiedades fundamentales de nuestro universo, y viviríamos en un universo muy diferente si tomase un valor distinto. Hoy en día creemos que el valor de  $G$  es el mismo en cualquier lugar del universo, y que ha permanecido constante a lo largo del tiempo (aparece asimismo en la teoría de Einstein, donde es también una constante). En este libro nos encontraremos con otras constantes de la naturaleza. En mecánica cuántica, la más importante es la constante de Planck, llamada así en honor de Max Planck, uno de los pioneros de la teoría cuántica, y cuyo símbolo es  $\hbar$ . También nos hará falta la velocidad de la luz,  $c$ , que no es solo la velocidad a la que la luz viaja en el vacío, sino también el límite de velocidad universal. Como diría Woody Allen: «Es imposible viajar a velocidad mayor que la de la luz, y desde luego no es deseable, porque hay que sujetarse el sombrero».

Las tres leyes del movimiento de Newton y la ley de la gravitación es todo lo que necesitamos para entender el movimiento en presencia de la gravedad. No hay otras reglas ocultas que no hayamos enunciado: nos basta con estas pocas leyes para, por ejemplo, entender las órbitas que describen los planetas de nuestro Sistema Solar. Juntas, restringen severamente los tipos de trayectorias que los objetos pueden describir bajo el influjo de la gravedad. Partiendo únicamente de las leyes de Newton, se puede demostrar que todos los planetas, cometas, asteroides y meteoros de nuestro Sistema Solar solo pueden moverse a lo largo de trayectorias conocidas como secciones cónicas. La más simple de estas curvas, y la que, muy aproximadamente, traza la Tierra en su órbita alrededor del Sol, es un círculo. En general, los planetas y las lunas se desplazan siguiendo trayectorias orbitales conocidas como elipses, que son como círculos estirados. Las otras dos secciones cónicas se denominan parábola e hipérbola. Una parábola es la trayectoria que describe una bala de cañón. La última de las secciones cónicas, la hipérbola, es la curva que está siguiendo actualmente el objeto más distante jamás construido por el ser humano en su recorrido desde la Tierra hacia las estrellas. Mientras escribimos

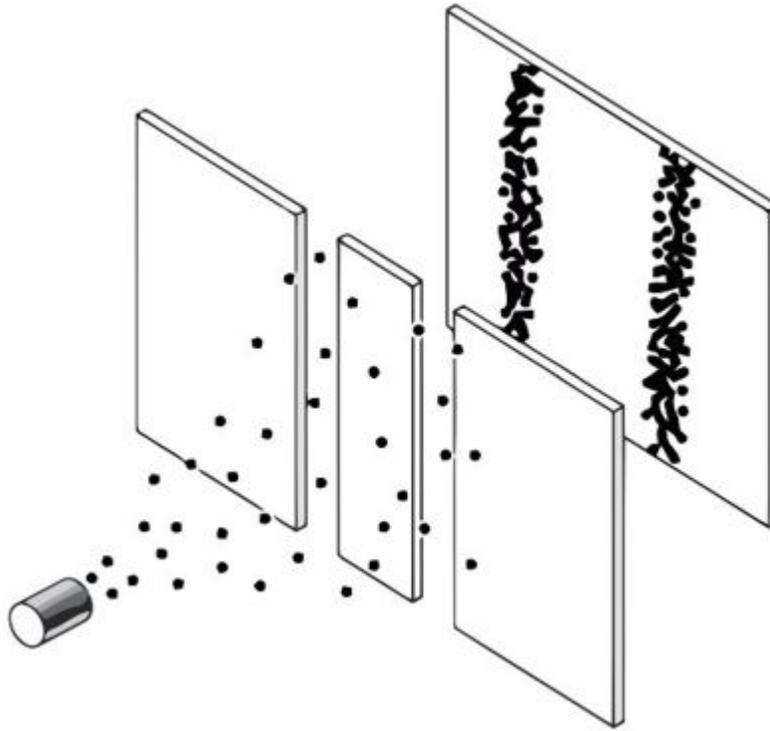
estas líneas, la Voyager 1 está a unos 17.610.000.000 km de la Tierra, alejándose del Sistema Solar a una velocidad de 538.000.000 km por año. Este hermoso prodigio de la ingeniería se lanzó al espacio en 1977 y aún mantiene contacto con la Tierra, tomando mediciones del viento solar en una grabadora de cinta magnética y transmitiéndolas a la Tierra con una potencia de 20 vatios. La Voyager 1, y su sonda hermana, la Voyager 2, son admirables testimonios del deseo humano de explorar nuestro universo. Ambas naves visitaron Júpiter y Saturno, y la Voyager 2 pasó después junto a Urano y Neptuno. Navegaron a través del Sistema Solar con precisión, utilizando la gravedad para tomar impulso en su recorrido más allá de los planetas y hacia el espacio interestelar. Quienes las dirigían desde la Tierra no utilizaron más que las leyes de Newton para trazar sus trayectorias entre los planetas interiores y exteriores y hacia las lejanas estrellas. La Voyager 2 pasará cerca de Sirius, la estrella más brillante en el firmamento, dentro de algo menos de 300.000 años. Si hemos conseguido todo esto, si hemos averiguado todo esto, es gracias a la teoría de la gravedad de Newton y a sus leyes del movimiento.

Las leyes de Newton nos proporcionan una imagen del mundo muy intuitiva. Como hemos visto, toman la forma de ecuaciones —relaciones matemáticas entre magnitudes medibles— que nos permiten predecir con precisión cómo se mueven los objetos. Implícita en todo este sistema subyace la suposición de que los objetos están en cada momento situados en algún lugar, y que, a medida que pasa el tiempo, se desplazan de manera continua de un sitio a otro. Esto parece tan evidentemente cierto que casi no merece la pena ni comentarlo, pero hemos de admitir que se trata de un prejuicio. ¿Podemos estar realmente seguros de que los objetos están con certeza aquí o allá, y de que en realidad no están en dos lugares distintos al mismo tiempo? Desde luego, la caseta de nuestro jardín no está, en ningún sentido apreciable, en dos lugares a la vez, pero ¿y un electrón en un átomo? ¿Podría estar tanto «aquí» como «allá»? Ahora mismo esta sugerencia parece descabellada, sobre todo porque no podemos hacernos una representación mental de ella, pero veremos que así es como son las cosas en realidad. A estas

alturas de nuestra historia, lo único que estamos haciendo con esta extraña afirmación es señalar que las leyes de Newton se basan en la intuición, y que, en lo que a la física fundamental se refiere, eso es como si una casa estuviera hecha de arena.

Hay un experimento muy sencillo, que llevaron a cabo por primera vez Clinton Davisson y Lester Germer en los Laboratorios Bell en Estados Unidos en 1927, que demuestra que la representación intuitiva de Newton es incorrecta. A pesar de que, desde luego, parece que las manzanas, los planetas y las personas se comportan de una manera «newtoniana», desplazándose de un lugar a otro de forma regular y predecible a medida que transcurre el tiempo, su experimento demostró que los elementos fundamentales que constituyen la materia no se comportan así en absoluto.

El artículo de Davisson y Germer comienza diciendo: «Se ha medido la intensidad de la dispersión, en función de la dirección, de un haz homogéneo de electrones de velocidad ajustable que se hace incidir sobre un único cristal de níquel». Por suerte, se puede apreciar lo esencial de sus resultados empleando una versión simplificada de su experimento, que se conoce como el experimento de la doble rendija. Este consiste en una fuente que envía electrones hacia una barrera en la que se han practicado dos pequeñas rendijas (o agujeros). Al otro lado de la barrera hay una pantalla que brilla cada vez que un electrón la alcanza. No importa cuál sea la fuente de electrones, pero a efectos prácticos podemos imaginar un trozo de alambre caliente que se extiende en un extremo del experimento.<sup>3</sup> Hemos hecho un dibujo esquemático del experimento de las dos rendijas en la figura 2.2.

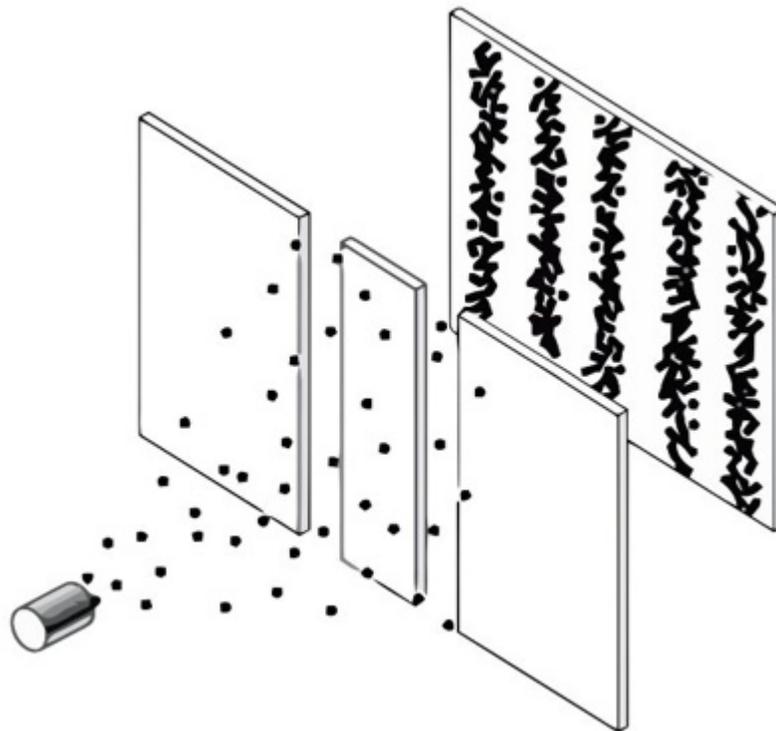


*Figura 2.2. Un cañón dispara electrones hacia un par de hendiduras. Si se comportasen como partículas «normales», cabría esperar que los impactos en la pantalla se acumulasen formando un par de franjas, como muestra la figura.*

*Sorprendentemente, no es eso lo que sucede.*

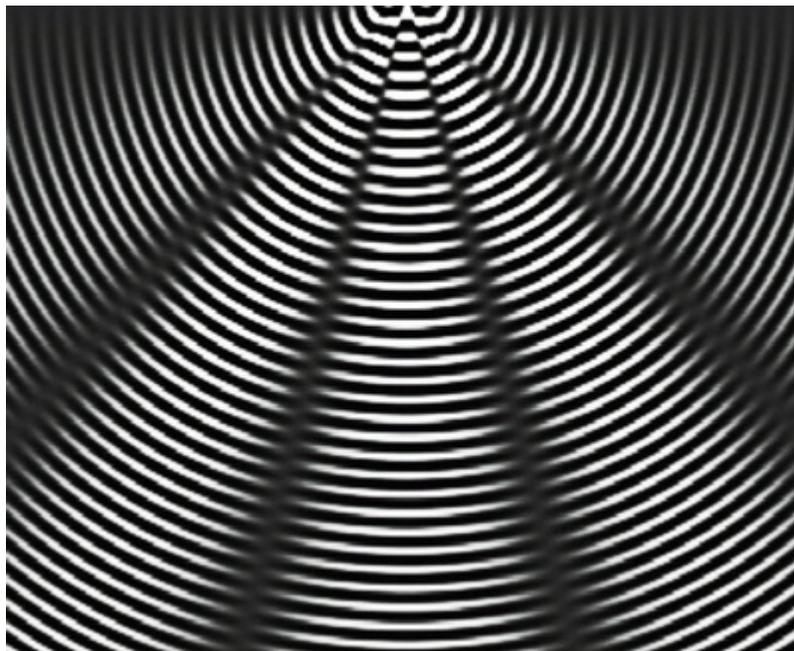
Imaginemos que enfocamos una cámara hacia la pantalla y dejamos abierto el obturador para tomar una fotografía de larga exposición de los pequeños destellos de luz que se producen cada vez que, uno a uno, los electrones chocan contra ella. Estos irán creando un patrón, y la pregunta es sencilla: ¿cuál es ese patrón? Suponiendo que los electrones no son más que pequeñas partículas que se comportan como manzanas o planetas, cabría esperar que la imagen que surja tendría un aspecto similar al que refleja la figura 2.2: algunos electrones atraviesan las rendijas, pero la mayoría no. Los que lo hacen pueden salir ligeramente desviados al rozar los bordes de las mismas, lo que hará que se dispersen un poco, pero la mayoría de los impactos, y por lo tanto los puntos más brillantes en la fotografía, aparecerían sin duda directamente alineados con las dos hendiduras.

Sin embargo, no es eso lo que sucede y la imagen resultante se parece a la que muestra la figura 2.3. En su artículo de 1927, Davisson y Germer publicaron un patrón similar. Posteriormente, Davisson recibió el premio Nobel en 1937 por el «descubrimiento experimental de la difracción de electrones por cristales». Curiosamente, no lo compartió con Germer sino con George Paget Thomson, que observó el mismo patrón de manera independiente en experimentos realizados en la Universidad de Aberdeen. Las franjas alternas brillantes y oscuras forman lo que se denomina un patrón de interferencia, y la interferencia es un fenómeno más relacionado con las ondas. Para entender por qué, imaginemos que llevamos a cabo el experimento con ondas en agua en lugar de electrones.



*Figura 2.3. En realidad, los impactos de los electrones en la pantalla no están alineados con las rendijas, sino que, uno a uno, los electrones van formando un patrón de varias franjas.*

Imaginemos un tanque lleno de agua dividido en dos por una pared en la que se han practicado dos hendiduras. La pantalla y la cámara se podrían sustituir por un detector de la altura de las olas, y el alambre caliente por algún objeto que produzca olas: nos podría servir una tabla de madera situada al borde del tanque y conectada a un motor que la sumerja repetidamente en el agua. Las olas generadas por la tabla viajarán por la superficie del agua hasta llegar a la pared. Cuando una ola choque con la pared, la mayoría rebotarán, pero dos pequeñas porciones atravesarán las rendijas. Estas dos nuevas olas se dispersarán desde las rendijas hacia el detector. Fijémonos en que hemos utilizado aquí el verbo «dispersarse», porque las olas no se limitan a continuar en línea recta tras atravesar las rendijas, sino que estas actúan como sendas fuentes de nuevas olas que avanzan constantemente con forma semicircular. La figura 2.4 ilustra la situación.



*Figura 2.4. Vista aérea de las olas que emanan de dos puntos en un tanque de agua (situados en la parte superior de la imagen). Las dos olas circulares se superponen e interfieren entre sí. Los «radios» son las regiones donde ambas olas se cancelan mutuamente, y en las que el agua permanece en calma.*

La figura nos ofrece una sorprendente demostración visual del comportamiento de las olas en el agua. Existen regiones, que parecen irradiar desde las rendijas como los radios de una rueda, en las que no hay ninguna ola, mientras que en otras zonas se concentran todos los picos y los valles de las olas. Los paralelismos con el patrón observado por Davisson, Germer y Thomson son llamativos. En el caso de los electrones que impactan en la pantalla, las zonas donde se detectan pocos electrones corresponden a los lugares del tanque donde la superficie del agua permanece en calma, los radios de la figura.

En un tanque de agua es bastante fácil entender cómo surgen estos radios: se deben a la combinación de las olas a medida que se alejan de las rendijas. Como las olas tienen picos y valles, cuando dos de ellas se encuentran pueden tanto sumarse como restarse. Si se encuentran de tal manera que el pico de una de ellas coincide con el valle de la otra, se cancelarán mutuamente y en ese punto no habrá ninguna ola. En otro lugar, puede que los picos de ambas olas coincidan perfectamente, lo que hará que ahí se produzca una ola mayor. Para los distintos puntos del tanque de agua, la distancia que los separa de cada una de las rendijas variará ligeramente, lo que significa que en algunos lugares los picos de las dos olas llegarán al mismo tiempo; en otros, los picos de una coincidirán con los valles de la otra; y en la mayoría de los puntos se producirá una combinación intermedia entre ambas situaciones extremas. El resultado es un patrón alterno: un patrón de interferencia.

A diferencia de las olas en el agua, es muy difícil entender el hecho, observado experimentalmente, de que los electrones también producen un patrón de interferencia. Según Newton y el sentido común, los electrones surgen de una fuente, se mueven en línea recta hacia las rendijas (porque no hay fuerzas que actúen sobre ellos; recordemos la primera ley de Newton), las atraviesan (quizá con una pequeña desviación si rozan sus bordes) y continúan en línea recta hasta impactar en la pantalla. Sin embargo, esto no daría lugar a un patrón de interferencia, sino a un par de franjas como las que se muestran en la figura 2.2. Ahora bien, podríamos suponer que existe algún ingenioso mecanismo por el que

los electrones ejercen los unos sobre los otros una fuerza tal que los desvía de la trayectoria en línea recta al atravesar las rendijas. Pero esto se puede descartar, porque podemos hacer el experimento de tal manera que, en cada momento dado, solo haya un electrón yendo de la fuente a la pantalla. Habría que esperar, si bien, a paso lento pero seguro, a medida que los electrones fuesen impactando en la pantalla, se formaría el patrón de franjas. Esto resulta muy sorprendente, porque el patrón de franjas es rotundamente característico de ondas que interfieren entre sí, y sin embargo surge aun cuando lancemos un electrón tras otro punto a punto. Un buen ejercicio mental consiste en imaginar cómo podría suceder que, partícula a partícula, se formase un patrón de interferencia si lanzamos partículas, como diminutas balas, hacia un par de rendijas en una pantalla. Es un buen ejercicio porque es fútil, y unas pocas horas devanándonos los sesos deberían bastar para convencernos de que es imposible que se forme un patrón de franjas. Sean lo que sean las partículas que llegan a la pantalla, no se comportan como partículas «normales». Es como si, de alguna manera, los electrones «interfiriesen consigo mismos». El reto que tenemos ante nosotros es dar con una teoría que permita explicar lo que eso significa.

Esta cuestión tiene una interesante coda histórica que nos permite hacernos una idea del desafío intelectual que supuso el experimento de las dos rendijas. George Paget Thomson era hijo de J. J. Thomson, que había recibido el premio Nobel en 1899 por el descubrimiento del electrón. J. J. Thomson demostró que el electrón es una partícula, con determinadas carga eléctrica y masa; un minúsculo y puntual grano de materia. Su hijo obtuvo el premio Nobel cuarenta años más tarde por demostrar que el electrón no se comporta como su padre habría esperado. Thomson padre no estaba equivocado: el electrón posee masa y carga eléctricas bien definidas, y cada vez que observamos uno parece un pequeño punto de materia. Simplemente, como descubrieron Davisson, Germer y Thomson hijo, no se comporta exactamente como una partícula normal. Sin embargo, es importante resaltar que tampoco se comporta exactamente como una onda, porque el patrón no

se forma como consecuencia de una acumulación continua de energía, sino a partir de muchos puntos diminutos. Siempre detectamos los electrones discretos y puntuales que descubrió Thomson padre.

Quizá ya vea la necesidad de tomar en consideración la manera de pensar de Heisenberg. Los objetos que observamos son partículas, así que haríamos bien en construir una teoría de partículas. Nuestra teoría debe ser también capaz de predecir la aparición del patrón de interferencia que se crea a medida que los electrones, uno tras otro, atraviesan las rendijas y llegan a la pantalla. Los detalles de cómo los electrones se desplazan desde la fuente a las rendijas no son algo que podamos observar, y por lo tanto no tienen por qué coincidir con nada de lo que experimentamos en la vida cotidiana. De hecho, el «recorrido» del electrón no tiene por qué ser algo de lo que podamos siquiera hablar. Lo único que tenemos que hacer es encontrar una teoría capaz de predecir que los electrones golpean la pantalla según el patrón observado en el experimento de la doble rendija. Y eso es lo que haremos en el capítulo siguiente.

Para no caer en la tentación de pensar que esto no es más que un fascinante ejercicio de microfísica poco relevante para el mundo en general, deberíamos decir que la teoría cuántica de las partículas que desarrollamos para explicar el experimento de la doble rendija permitirá también explicar la estabilidad de los átomos, los colores de la luz que emiten los elementos químicos, la desintegración radiactiva y en definitiva todos los grandes rompecabezas que tenían perplejos a los científicos a comienzos del siglo XX. El hecho de que nuestro marco conceptual describa la manera en que se comportan los electrones cuando se encuentran atrapados en el interior de la materia nos permitirá también entender los entresijos del que posiblemente sea el invento más importante del siglo XX: el transistor.

En el último capítulo de este libro, veremos una asombrosa aplicación de la teoría cuántica que constituye una de las grandes demostraciones del poder del razonamiento científico. Normalmente, las predicciones más disparatadas de la teoría cuántica se manifiestan en el comportamiento de los objetos pequeños. Pero,

como los objetos grandes están compuestos de objetos pequeños, hay determinadas circunstancias en las que la física cuántica es necesaria para explicar las propiedades observadas de unos de los objetos más enormes del universo: las estrellas. El Sol libra una batalla continua contra la gravedad. Esta bola de gas, cuya masa es más de 300.000 veces mayor que la de la Tierra, posee una fuerza gravitatoria en su superficie que es casi veintiocho veces la que experimentamos en la superficie terrestre, lo que constituye un poderoso incentivo para que se derrumbe sobre sí mismo. El derrumbe lo evita la presión hacia fuera generada por las reacciones de fusión nuclear que tienen lugar en las profundidades del núcleo solar, donde 600 millones de toneladas de hidrógeno se convierten en helio cada segundo. Por enorme que sea nuestra estrella, este ritmo feroz de consumo de combustible debe tener consecuencias, y llegará un día en que el Sol se quede sin combustible. En ese momento, cesará la presión hacia el exterior y la fuerza de gravedad se impondrá sin oposición. Podríamos llegar a pensar que no existe nada en la naturaleza capaz de detener el catastrófico derrumbe.

Pero lo cierto es que es aquí donde entra en acción la física cuántica y evita lo peor. Las estrellas que se han salvado gracias a estos efectos cuánticos reciben el nombre de enanas blancas, y ese será el destino final del Sol. Al final del libro aplicaremos nuestro conocimiento de la mecánica cuántica para determinar cuál es la masa máxima de una estrella enana blanca. El primero en calcularlo fue el astrofísico indio Subrahmanyan Chandrasekhar en 1930, y el resultado es aproximadamente 1,4 veces la masa del Sol. Asombrosamente, este número se puede calcular utilizando solo la masa del protón y los valores de las tres constantes de la naturaleza que ya conocemos: la constante gravitatoria de Newton, la velocidad de la luz y la constante de Planck.

El propio desarrollo de la teoría cuántica y la medición de estos cuatro números podría haberse producido sin haber tenido que alzar los ojos hacia las estrellas. Imaginemos una civilización especialmente agorafóbica que vive confinada en profundas cavernas bajo la superficie de su planeta. No sabrían lo que es el cielo,

pero podrían haber desarrollado la teoría cuántica. Por mera diversión, podrían incluso calcular la masa máxima de una esfera gigante de gas. Imaginemos que un día algún explorador intrépido se aventura por primera vez a la superficie y contempla asombrado el espectáculo sobre su cabeza: un firmamento repleto de luces, una galaxia de 100.000 millones de soles que lo atraviesa de un horizonte a otro. El explorador descubriría, como nosotros desde nuestro mirador aquí en la Tierra, que entre los muchos vestigios evanescentes de estrellas moribundas no hay ni una sola cuya masa supere el límite de Chandrasekhar.

### Capítulo 3

## ¿Qué es una partícula?

El primero en emplear esta manera de aproximarse a la mecánica cuántica fue Richard Feynman, neoyorquino, bongosero y ganador del premio Nobel, a quien su amigo Freeman Dyson describía como «mitad genio, mitad bufón». Más tarde, Dyson cambió de opinión: una descripción más precisa de Feynman sería «todo genio, todo bufón». Seguiremos su aproximación en nuestro libro porque es divertida y porque probablemente es el camino más sencillo para entender nuestro universo cuántico.

Además de ser responsable de la formulación más sencilla de la mecánica cuántica, Richard Feynman fue también un gran profesor, capaz de comunicar su profundo conocimiento de la física por escrito o en una sala de conferencias con una claridad incomparable y las mínimas complicaciones. Desdeñaba a quienes trataban de hacer que la física fuese más complicada de lo necesario. Aun así, al principio de *The Feynman Lectures on Physics*, un clásico entre los textos universitarios, sintió la necesidad de sincerarse sobre la naturaleza tan ajena a nuestra intuición de la teoría cuántica. Las partículas subatómicas, escribió Feynman, «no se comportan como ondas, no se comportan como partículas, no se comportan como nubes, o bolas de billar, o pesas en muelles, o nada que hayamos visto antes». Construyamos, pues, un modelo que refleje exactamente cómo se comportan.

Como punto de partida, supondremos que los componentes más fundamentales de la naturaleza son partículas. Esto es algo que confirman no solo el experimento de la doble rendija, en el que los electrones llegan a puntos específicos de la pantalla, sino un sinnúmero de experimentos más. De hecho, si la «física de partículas» tiene ese nombre es por algo. La cuestión que hemos de abordar ahora es ¿cómo se mueven las partículas de un sitio a otro? Desde luego, lo más sencillo sería suponer que lo hacen en línea recta, o siguiendo trayectorias curvas si actúa una fuerza sobre ellas, como dicta Newton. Pero esto no puede ser correcto, porque cualquier explicación

del experimento de la doble rendija exige que los electrones «interfieran consigo mismos» cuando atraviesan las hendiduras, y para hacerlo deben ser extensos en algún sentido. Así pues, este es el reto: construir una teoría de partículas puntuales tal que esas mismas partículas sean asimismo extensas. No es tan imposible como parece: podemos conseguirlo si permitimos que cada partícula esté en muchos lugares a la vez. Evidentemente, esto también puede parecer imposible, pero la proposición de que una partícula debe estar en muchos lugares al mismo tiempo es en realidad una afirmación bastante clara, aunque suene ridícula. De ahora en adelante, nos referiremos a estas partículas, contrarias al sentido común y extensas aunque puntuales, como partículas cuánticas.

Con la proposición de que «una partícula puede estar en más de un lugar al mismo tiempo», nos alejamos de nuestra experiencia cotidiana y entramos en territorio desconocido. Uno de los grandes obstáculos a la hora de desarrollar una comprensión de la física cuántica es la confusión que este tipo de ideas puede generar. Para evitarla, debemos seguir a Heisenberg y aprender a sentirnos cómodos con maneras de ver el mundo que chocan con nuestra experiencia tangible. La sensación de «incomodidad» puede confundirse con «confusión», y muy a menudo los estudiantes de física cuántica tratan de entender lo que sucede recurriendo a conceptos de la vida cotidiana. Es la resistencia a las nuevas ideas la que lleva a confusión, no la dificultad intrínseca de las propias ideas. Por lo tanto, debemos mantener la mente abierta y evitar que tanta extrañeza nos angustie. Shakespeare lo expresó perfectamente en boca de Hamlet: «Por eso como a un extraño debéis hospedarlo y tenerlo oculto. Ello es, Horacio, que en el cielo y en la tierra hay más de lo que puede soñar tu filosofía».

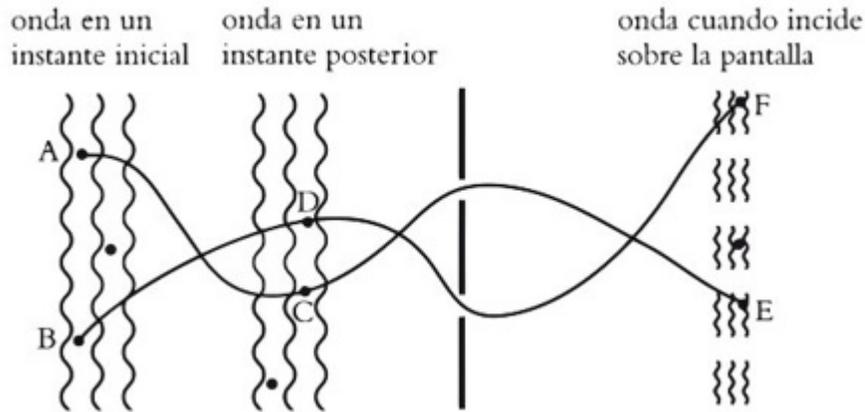
Una buena manera de empezar es pensar detenidamente sobre el experimento de las dos rendijas con ondas en agua. Nuestro objetivo será determinar qué característica de las ondas causa el patrón de interferencia. A continuación habrá que asegurarse de que nuestra teoría de las partículas cuánticas es capaz de encapsular este

comportamiento para tener alguna posibilidad de explicar el experimento de la doble rendija con electrones.

Hay dos razones por las que las ondas que atraviesan las dos rendijas pueden interferir consigo mismas. La primera es que la onda cruza ambas rendijas simultáneamente, creando así dos nuevas ondas que se superponen. Es evidente que una onda puede hacer esto. No nos cuesta imaginar una gran ola marina que se aproxima a la costa hasta romper en la orilla. Es como un muro de agua, una cosa que ocupa un cierto espacio y que se desplaza. Por lo tanto, tendremos que decidir cómo hacer que nuestra partícula cuántica sea algo «que ocupa un cierto espacio y que se desplaza». La segunda razón es que, al superponerse, las dos nuevas ondas que salen de las rendijas pueden tanto sumarse como restarse. Sin duda, la capacidad de las dos ondas de interferir es fundamental a la hora de explicar el patrón de interferencia. La situación extrema es cuando el pico de una de las ondas coincide con el valle de la otra, en cuyo caso se cancelan mutuamente por completo. Así pues, tendremos que permitir que la partícula cuántica interfiera consigo misma de alguna manera.

El experimento de la doble rendija conecta el comportamiento de los electrones con el de las ondas; veamos hasta dónde podemos llevar esa conexión. Fijémonos en la figura 3.1 y, de momento, ignoremos las líneas que van de los puntos A a E y B a F, y concentrémonos en las ondas. La figura podría entonces representar un tanque con agua y las líneas onduladas, de izquierda a derecha, la manera en que la onda recorre la superficie de un lado a otro del tanque. Imaginemos que tomamos una fotografía del tanque justo después de que se haya golpeado la superficie del agua en la zona izquierda del tanque con una plancha de madera. En la imagen, extendiéndose de arriba abajo, se vería una onda recién formada. Todo el resto del agua del tanque estaría en reposo. Una segunda instantánea, tomada un poco después, revelaría que la onda se ha desplazado hacia las rendijas, quedando el agua plana a su paso. En un instante aún posterior, la onda atravesaría las rendijas y

generaría las franjas del patrón de interferencia que se representan mediante las líneas onduladas a la derecha de la imagen.



*Figura 3.1. Cómo la onda que describe un electrón se mueve desde la fuente a la pantalla, y cómo debería interpretarse que representa todas las maneras en las que el electrón se desplaza. Los caminos entre A y E pasando por C y entre B y F pasando por D ilustran solo dos de los infinitos recorridos que sigue un único electrón.*

Releamos ahora el párrafo anterior, pero sustituyendo «onda en el agua» por «onda del electrón», signifique esto lo que signifique. Interpretada adecuadamente, una onda de electrón que recorre el montaje experimental como una onda podría permitir explicar el patrón de franjas que queremos comprender. Pero lo que sí necesitamos explicar es por qué el patrón de los electrones está formado por puntitos, uno por cada electrón que incide en la pantalla. A primera vista, esto parece contradictorio con la idea de una onda continua, pero no es así. La clave está en darse cuenta de que podemos ofrecer una explicación si interpretamos la onda de electrón no como una perturbación material real (como es la onda en el agua), sino como algo que simplemente nos informa sobre dónde es probable que se encuentre el electrón. Fijémonos en que hemos dicho «el» electrón, porque la onda debe describir el comportamiento de un solo electrón, para poder explicar de dónde surgen los puntos. Esta es una onda de electrón, no una onda de electrones: nunca

debemos caer en la trampa de confundirnos. Si imaginamos cómo sería una instantánea de la onda en algún momento del tiempo, queremos interpretarla de manera que los puntos donde la onda sea mayor sean donde más elevada es la probabilidad de encontrar el electrón, y aquellos donde la onda sea más pequeña, los lugares donde menos probable sea encontrar el electrón. Cuando la onda alcanza finalmente la pantalla, aparece un puntito que nos informa sobre la posición del electrón. La única función de la onda de electrón es permitirnos computar las probabilidades de que el electrón incida en la pantalla en determinado punto. Si no nos preocupamos de lo que la onda de electrón «es» realmente, entonces todo es sencillo, porque una vez que conocemos la onda podemos decir dónde es probable que se encuentre el electrón. Lo divertido viene a continuación, cuando tratamos de entender lo que esta proposición sobre la onda de electrón implica para el recorrido del mismo desde la rendija a la pantalla.

Antes de hacerlo, quizá merezca la pena leer de nuevo el párrafo de más arriba, porque es muy importante. No es de esperar que resulte evidente, y desde luego no es nada intuitivo. La proposición de la «onda de electrón» posee todas las propiedades necesarias para explicar la aparición del patrón de interferencia que se observa experimentalmente, pero no está muy claro cómo saldrán las cosas. Como buenos físicos, tendremos que calcular las consecuencias y ver si se corresponden con la naturaleza.

Volviendo a la figura 3.1, hemos propuesto que en cada instante el electrón está descrito por una onda, de manera análoga a las ondas en el agua. En un primer momento, la onda de electrón está a la izquierda de las rendijas. Eso significa que el electrón está, en cierto sentido, situado en algún lugar de la onda. En un momento posterior, la onda habrá avanzado hacia las rendijas, igual que la onda de agua, y el electrón se encontrará ahora en algún lugar de la nueva onda. Estamos diciendo que el electrón podría «estar primero en A y luego en C», o podría «estar primero en B y luego en D», o «primero en A y luego en D», etcétera. Quedémonos con esta idea, y pensemos en un momento aún posterior, en que la onda ya ha

atravesado las rendijas y ha llegado a la pantalla. El electrón podría entonces encontrarse en E, o quizá en F. Las curvas que hemos dibujado en el diagrama representan dos posibles recorridos que el electrón podría haber seguido desde la fuente, a través de las hendiduras, hasta llegar a la pantalla. Podría haber ido de A a E pasando por C, o bien de B a F pasando por D. Estos no son más que dos de entre los infinitos recorridos posibles del electrón.

Lo fundamental es que no tiene sentido decir que «el electrón podría haberse aventurado por cada uno de estos caminos, pero en realidad solo lo ha hecho por uno de ellos». Decir que el electrón realmente se ha aventurado por uno de los recorridos en concreto equivaldría a haber bloqueado una de las rendijas del experimento, privándonos así de la posibilidad de explicar el patrón de interferencia. Debemos permitir que la onda atraviese ambas rendijas para obtener el patrón de interferencia, y esto significa que hemos de permitir todos los recorridos posibles del electrón entre la fuente y la pantalla. En otras palabras, cuando hemos dicho que el electrón está «en algún lugar de la onda», lo que en realidad queríamos decir es que está simultáneamente en toda la onda. Es así como debemos pensar, porque, si suponemos que el electrón en realidad está situado en algún punto específico, entonces la onda ya no será extensa y perdemos la analogía con la onda en el agua. Lo cual nos impediría explicar el patrón de interferencia.

De nuevo, quizá sea conveniente releer el razonamiento anterior, porque es el que motiva buena parte de lo que viene a continuación. Aquí no hay truco ninguno: lo que estamos diciendo es que necesitamos describir una onda extensa que es también un electrón puntual, y una manera de hacerlo es decir que el electrón parte de la fuente siguiendo simultáneamente todos los posibles recorridos.

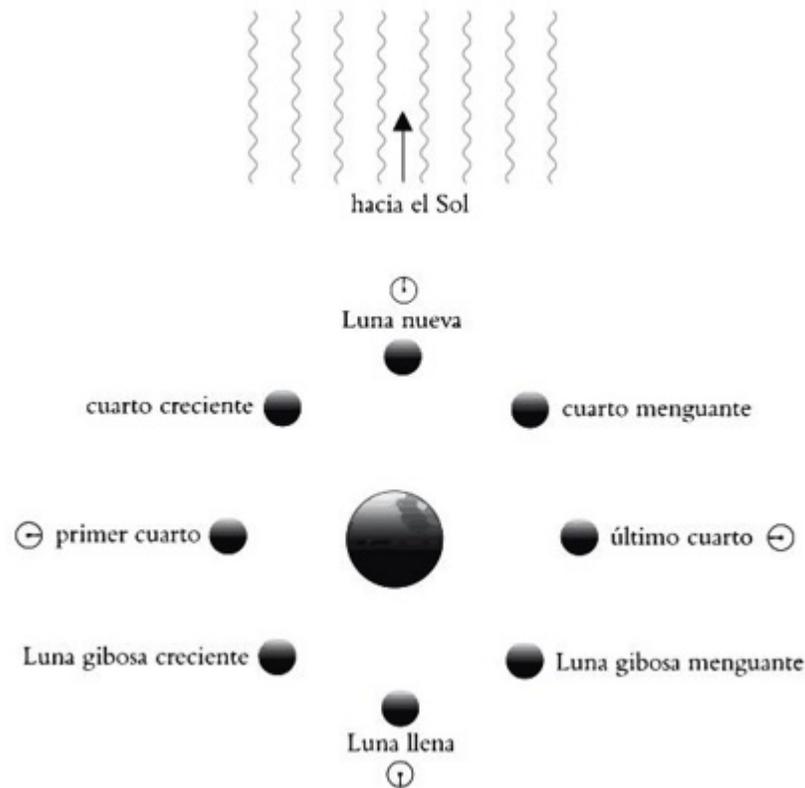
Esto indica que deberíamos entender que una onda de electrón describe un único electrón que se mueve desde la fuente hasta la pantalla siguiendo una infinidad de caminos distintos. Dicho de otra manera, la respuesta correcta a la pregunta «¿Cómo llegó ese electrón a la pantalla?» es «Siguiendo un número infinito de rutas, algunas de las cuales atravesaban la rendija superior y otras, la inferior».

Claramente, la «cosa» que es el electrón no es una partícula normal y corriente. Esto es lo que significa ser una partícula cuántica.

Una vez que hemos decidido buscar una descripción de un electrón que imite en muchos sentidos el comportamiento de las ondas, necesitamos desarrollar una manera más precisa de hablar de las ondas. Comenzaremos con una descripción de lo que sucede en un tanque de agua cuando dos ondas se encuentran, se mezclan e interfieren entre sí. Para hacerlo, hemos de encontrar una manera adecuada de representar las posiciones de los picos y los valles de cada onda. En el lenguaje técnico es lo que se conoce como fases. En el lenguaje coloquial, decimos que las cosas están «en fase» si se refuerzan mutuamente de alguna manera, y «desfasadas» si se cancelan entre sí. Estos términos también se emplean para describir el movimiento de la Luna: a lo largo de aproximadamente veintiocho días, la Luna pasa de ser nueva a estar llena, y nueva otra vez, en un ciclo continuo de crecimiento y decrecimiento. La etimología de la palabra «fase» procede del griego *phasis*, que significa «aparición y desaparición de un fenómeno astronómico», y parece que la aparición y desaparición periódica de la luminosa superficie lunar es la que ha inspirado su uso en el siglo XX, en particular en la ciencia, como descripción de los procesos cíclicos. Y este es un indicio de cómo podríamos encontrar una representación gráfica de las posiciones de los picos y los valles de las ondas en el agua.

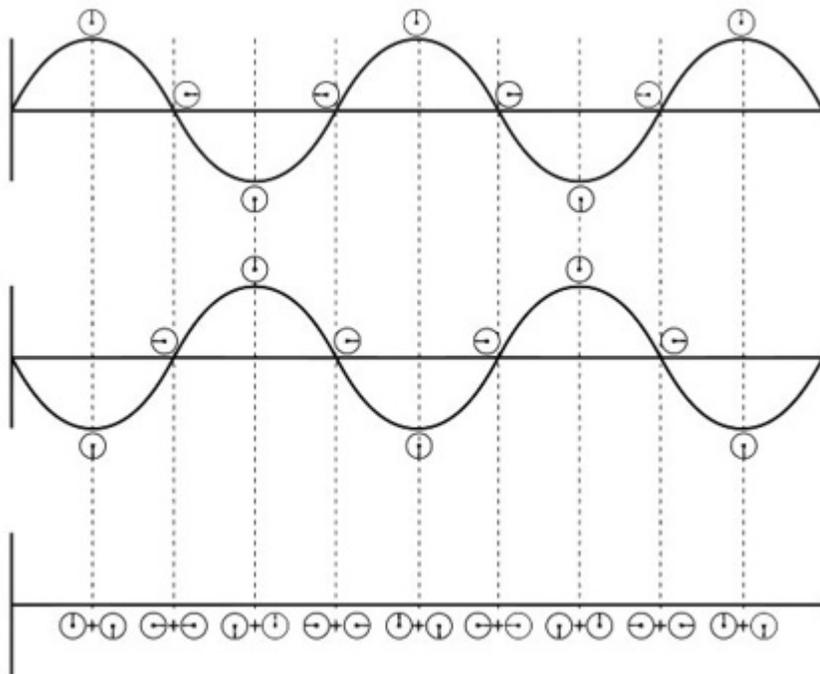
Echemos un vistazo a la figura 3.2. Una manera de representar la fase es como un reloj con una sola manecilla. Esto nos da la libertad de representar visualmente 360 grados de posibilidades: la manecilla puede marcar las 12, las 3, las 9, y todos los puntos intermedios. En el caso de la Luna, podemos imaginar que la Luna nueva se representa mediante un reloj cuya manecilla marca las 12 en punto; el cuarto creciente, la 1.30; el primer cuarto, las 3; la Luna gibosa creciente, las 4.30; la Luna llena, las 6, etcétera. Lo que estamos haciendo aquí es utilizar algo abstracto para describir algo concreto; es decir, la esfera de un reloj para describir las fases de la Luna. De esta manera, podríamos dibujar un reloj cuya manecilla marcara las 12 y

sabríamos inmediatamente que representa una Luna nueva. Y aunque no se haya dicho explícitamente, sabríamos que un reloj con la manecilla apuntando a las 5 indicaría que nos estamos acercando a la Luna llena. El uso de imágenes o símbolos abstractos para representar objetos reales es fundamental en física; es básicamente el uso que los físicos hacemos de las matemáticas. La potencia de este enfoque se pone de manifiesto cuando las representaciones abstractas se pueden manipular utilizando reglas sencillas para hacer predicciones firmes sobre el mundo real. Como veremos a continuación, eso será precisamente lo que nos permitan hacer los relojes, porque gracias a ellos podremos trazar las posiciones relativas de los picos y los valles de las ondas. Lo cual a su vez nos permitirá calcular si se cancelarán o se reforzarán mutuamente cuando se encuentren.



*Figura 3.2. Las fases lunares.*

La figura 3.3 muestra un dibujo de dos ondas en el agua en un instante de tiempo. Representemos los picos de las ondas mediante relojes que marquen las 12 en punto, y los valles con otros que señalen las 6. También podemos representar puntos de las ondas intermedios entre picos y valles a través de relojes que marquen horas intermedias, como hemos hecho con las fases lunares entre la Luna nueva y la llena. La distancia entre dos picos o dos valles sucesivos de la onda es un número importante: la longitud de onda.



*Figura 3.3. Dos ondas dispuestas de tal manera que se cancelan por completo. La onda superior está desfasada respecto a la inferior, es decir, los picos de una se alinean con los valles de la otra. Cuando se suman ambas ondas, se cancelan mutuamente, dando un resultado nulo, como se ilustra mediante la línea recta en la parte inferior de la figura.*

Las dos ondas de la figura 3.3 están desfasadas entre sí, lo que significa que los picos de la onda superior están alineados con los valles de la onda inferior, y viceversa. En consecuencia, es bastante evidente que cuando las sumemos se

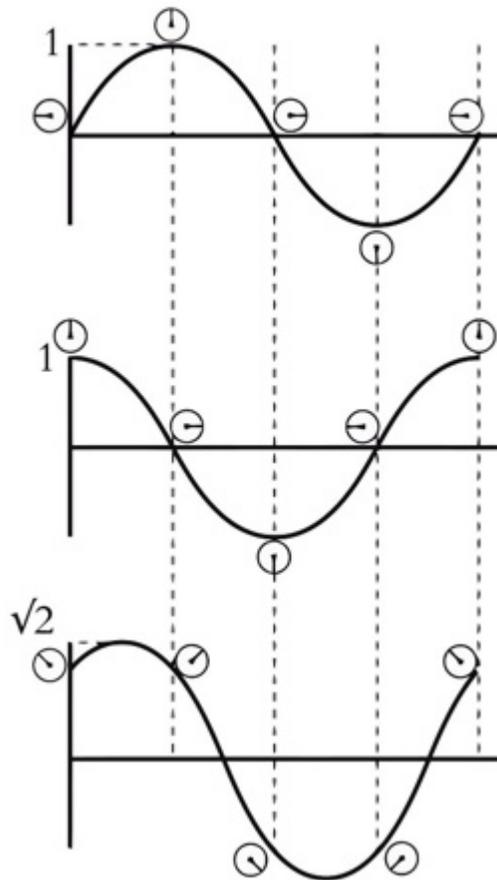
cancelarán mutuamente por completo. Esto se ilustra en la parte inferior de la figura, donde la «onda» es una línea recta. Siguiendo la analogía de los relojes, todos los que marcan las 12 en la primera onda, que representan sus picos, están alineados con los que en la segunda onda marcan las 6 en punto, y representan sus valles. De hecho, miremos donde miremos, los relojes en la primera onda señalan en la dirección opuesta a los de la segunda.

A estas alturas, utilizar relojes para describir ondas es como matar moscas a cañonazos. Desde luego, si queremos sumar dos ondas de agua, lo único que tenemos que hacer es sumar las alturas de cada una de ellas, para lo cual no nos hacen falta los relojes. Qué duda cabe de que esto es cierto para las ondas de agua, pero no crea que estamos siendo retorcidos: si hemos introducido los relojes es por algo. Enseguida veremos que la flexibilidad adicional que nos ofrecen es absolutamente necesaria cuando los utilicemos para describir las partículas cuánticas.

Con esto en mente, ahora dedicaremos un momento a idear una regla precisa para la suma de relojes. En el caso de la figura 3.3, la regla debe dar como resultado que todos los relojes «se anulen» entre sí, dando un resultado nulo: el reloj que marca las 12 en punto se cancela con el que marca las 6; el que señala las 3, con el que marca las 9 en punto, etcétera. Evidentemente, esta cancelación perfecta se produce en el caso particular en el que las ondas están completamente desfasadas. Tratemos de encontrar una regla general que permita sumar ondas de cualquier forma y orientación.

La figura 3.4 muestra otras dos ondas, en esta ocasión alineadas de manera que la primera está ligeramente desfasada respecto a la segunda. De nuevo, hemos etiquetado con relojes los picos, los valles y los puntos intermedios. Ahora el reloj que marca las 12 en punto en la primera onda está alineado con el que marca las 3 en la segunda. Vamos a enunciar una regla que nos permita sumar estos dos relojes. La regla consiste en tomar las dos manecillas y colocarlas una a continuación de la otra. Acto seguido, completamos el triángulo dibujando una nueva manecilla entre

los extremos de las otras dos. Hemos representado el procedimiento en la figura 3.5. La nueva manecilla tendrá una longitud distinta de la de las otras dos, y señalará en una dirección diferente: es una nueva esfera de reloj, suma de las otras dos.

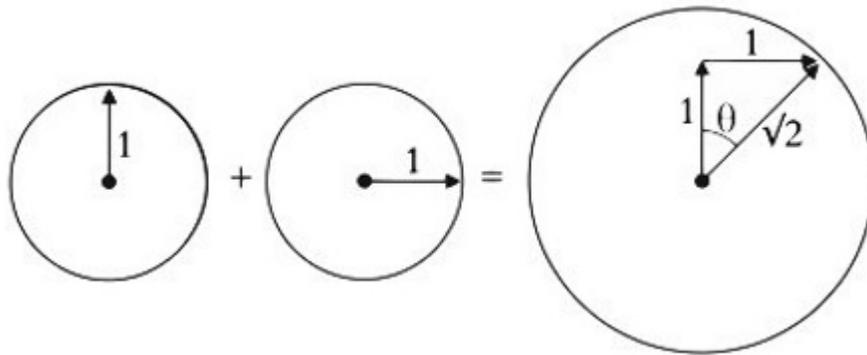


*Figura 3.4. Dos ondas desfasadas entre sí, que se suman para dar lugar a una tercera.*

Ahora podemos ser más precisos y utilizar trigonometría básica para calcular el efecto de sumar un par de relojes cualesquiera. En la figura 3.5 sumamos un reloj que marca las 12 en punto con otro que señala las 3. Supongamos que ambas manecillas tienen una longitud de un centímetro (lo que corresponde a ondas en el agua cuyos picos tienen una altura de un centímetro). Si colocamos las manecillas una a continuación de la otra tenemos un triángulo rectángulo con dos lados de un

centímetro de longitud. La nueva manecilla tendrá la longitud del tercer lado del triángulo: la hipotenusa. El teorema de Pitágoras nos dice que el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados:  $h^2 = x^2 + y^2$ . Si introducimos los valores numéricos,  $h^2 = 1^2 + 1^2 = 2$ .

Por lo tanto, la longitud de la nueva manecilla,  $h$ , será igual a la raíz cuadrada de 2, que es aproximadamente igual a 1,414 centímetros. ¿Qué dirección marcará la nueva manecilla? Para saberlo necesitamos conocer el ángulo de nuestro triángulo, denominado  $\theta$  en la figura. En particular, para el ejemplo de dos manecillas de la misma longitud, una de las cuales marca las 12 en punto y la otra las 3, probablemente podríamos obtener el resultado correcto sin necesidad de saber nada de trigonometría. Obviamente, la hipotenusa forma un ángulo de 45 grados, de manera que la nueva «hora» está a medio camino entre las 12 y las 3; es decir, es la una y media. Claramente, este ejemplo es un caso especial. Hemos escogido manecillas que tuviesen la misma longitud y formasen entre sí un ángulo recto para que los cálculos matemáticos fuesen sencillos. Pero, evidentemente, es posible calcular la longitud y la hora que marcaría una manecilla que resultase de la suma de cualquier par de relojes.



*Figura 3.5. La regla para sumar relojes.*

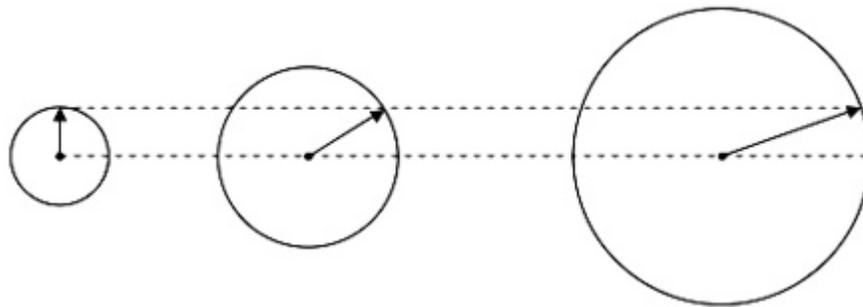
Fijémonos de nuevo en la figura 3.4. Podemos calcular la altura de cualquier punto de la nueva onda sumando los relojes mediante el procedimiento que acabamos de describir y averiguando qué proporción del nuevo reloj señala en la dirección de las

12 en punto. Cuando el reloj marca las 12, el resultado es obvio: la altura de la onda es simplemente la longitud de la manecilla. Análogamente, cuando marca las 6 en punto la onda tiene un valle cuya profundidad es igual a la longitud de la manecilla. También es bastante evidente que cuando el reloj marca las 3 en punto (o las 9) la altura de la onda es cero, puesto que la manecilla del reloj forma un ángulo recto con la dirección de las 12 en punto. Para calcular la altura de la onda que describe un reloj cualquiera, debemos multiplicar la longitud de la manecilla,  $h$ , por el coseno del ángulo que esta forma con la dirección de las 12 en punto. Por ejemplo, el ángulo que existe entre la dirección de las 3 en punto y la de las 12 es de 90 grados, cuyo coseno es cero, lo que significa que la altura de la onda es también nula. Asimismo, la una y media corresponde a un ángulo de 45 grados con la dirección de las 12 en punto, cuyo coseno es aproximadamente 0,707, de manera que la altura de la onda es 0,707 veces la longitud de la manecilla (observemos que 0,707 es  $\sqrt{2}$ ). Si su trigonometría no está al día y le cuesta entender estas últimas frases, puede ignorar los detalles sin contemplaciones. Lo importante es el principio, según el cual, basta con conocer la longitud de una manecilla de reloj y su dirección para calcular la altura de la onda. Incluso si uno no entiende de trigonometría, puede obtener un resultado muy aproximado dibujando cuidadosamente las manecillas del reloj y proyectándolas sobre la dirección de las 12 en punto utilizando una regla. (Queremos dejar claro a todos los estudiantes que lean este libro que no recomendamos este último método: es muy útil entender los senos y los cosenos).

Esa es la regla para sumar relojes, y funciona de maravilla, como se refleja en la última de las tres imágenes de la figura 3.4, donde hemos aplicado repetidamente la regla en varios puntos de las ondas.

En esta descripción de las ondas de agua, lo único que importa es la proyección de la «hora» sobre la dirección de las 12 en punto, lo que corresponde a un único número: la altura de la onda. Esta es la razón por la que los relojes no son en realidad necesarios para describir ondas en el agua. Fijémonos en los tres relojes de

la figura 3.6: todos corresponden a una misma altura de la onda y, por lo tanto, son maneras equivalentes de representar la misma altura del agua. Pero son relojes claramente distintos y, como veremos, estas diferencias son importantes cuando pasemos a utilizarlos para describir partículas cuánticas, porque, para estas, la longitud de la manecilla del reloj (o, de forma equivalente, el tamaño del reloj) tiene un significado muy importante.



*Figura 3.6. Tres relojes distintos con la misma proyección sobre la dirección de las 12 en punto.*

En algunos puntos de este libro, y en este en particular, las cosas son abstractas. Para evitar caer en una confusión vertiginosa, no debemos perder de vista la panorámica global. Los resultados experimentales de Davisson, Germer y Thomson y su similitud con el comportamiento de las ondas en el agua, nos han llevado a proponer una aproximación: deberíamos representar una partícula mediante una onda, que a su vez se puede representar a través de un montón de relojes. Imaginemos que la onda de electrón se propaga «como una onda de agua», aunque no hemos explicado en detalle cómo sucede esto. Pero tampoco hemos dicho en ningún momento cómo se propaga una onda de agua. De momento, lo único importante es que damos por buena la analogía con las ondas de agua, y la idea de que el electrón se describe en todo momento mediante una onda que se propaga e interfiere de la misma manera que las ondas de agua. En el capítulo siguiente iremos más allá y seremos más precisos a la hora de describir cómo se mueve un

electrón de un sitio a medida que transcurre el tiempo. Esto nos permitirá acceder a un sinfín de tesoros, entre los que estará el famoso principio de indeterminación de Heisenberg.

Pero antes queremos dedicar un momento a hablar de los relojes que proponemos como representación de la onda de electrón. Insistimos en que estos relojes no son reales en ningún sentido, y su manecilla no marca nada remotamente relacionado con la hora del día. La idea de utilizar toda una serie de relojes para describir un fenómeno físico real no es tan extraña como pudiera parecer. Los físicos emplean técnicas similares para describir muchas cosas de la naturaleza, y ya hemos visto cómo se pueden usar para describir las ondas en el agua.

Otro ejemplo de este tipo de abstracción es la descripción de la temperatura en una habitación, que se puede representar mediante una serie de números. Como nuestros relojes, esos números no existen como objetos físicos, sino que constituyen, gracias a su vinculación con los puntos de la habitación, una manera útil de representar la temperatura. Los físicos se refieren a esta estructura como un «campo». El campo de temperaturas es simplemente una serie de números, uno por cada punto. En el caso de una partícula cuántica, el campo es más complicado, porque se necesita un reloj en cada punto, en lugar de un solo número. Normalmente, a este campo se le llama función de onda de la partícula. El hecho de que para describir la función de onda sea necesaria una nube de relojes, mientras que para el campo de temperaturas baste con un único número por cada punto, supone una diferencia importante. Los relojes son necesarios porque, en la jerga de la física, la función de onda es un campo «complejo», mientras que tanto la temperatura como las alturas de la onda de agua son campos «reales». No tendremos necesidad de utilizar estas expresiones porque trabajaremos con los relojes.<sup>4</sup>

No debería preocuparnos que, a diferencia del campo de temperatura, no tengamos manera de percibir directamente una función de onda. El hecho de que no sea algo que podamos tocar, oler o ver directamente es irrelevante. De hecho, no

llegaríamos muy lejos en física si decidiésemos limitar nuestra descripción del universo a las cosas que podemos percibir directamente.

En nuestra exposición del experimento de la doble rendija con electrones, hemos dicho que la onda de electrón es mayor donde existe una mayor probabilidad de encontrar el electrón. Esa interpretación nos ha permitido entender cómo podrían generarse punto a punto las franjas del patrón de interferencia a medida que van llegando los electrones. Pero ahora esta afirmación ya no es lo suficientemente precisa para nuestro propósito. Queremos saber cuál es la probabilidad de encontrar el electrón. Esa interpretación nos ha permitido entender cómo podrían generarse punto a punto las franjas del patrón de interferencia a medida que van llegando los electrones. Pero ahora esta afirmación ya no es lo suficientemente precisa para nuestro propósito. Queremos saber cuál es la probabilidad de encontrar un electrón en un punto determinado, queremos ponerle una cifra. Es aquí donde necesitamos los relojes, porque la probabilidad que buscamos no es simplemente la altura de la onda. Lo correcto es interpretar el cuadrado de la longitud de la manecilla del reloj como la probabilidad de encontrar la partícula en el punto donde se encuentra el reloj. Esta es la razón por la que necesitamos la flexibilidad adicional que nos proporcionan los relojes frente a los números sencillos. Tal interpretación no es en absoluto evidente, y no podemos ofrecer ninguna explicación convincente de por qué es correcta. En última instancia, sabemos que es correcta porque conduce a predicciones que concuerdan con los datos experimentales. Esta interpretación de la función de onda fue una de las cuestiones espinosas a las que tuvieron que enfrentarse los pioneros de la teoría cuántica.

La función de onda (es decir, nuestra nube de relojes) se introdujo en la teoría cuántica en una serie de artículos publicados en 1926 por el físico austríaco Erwin Schrödinger. Su artículo del 21 de junio contiene una ecuación que debería estar grabada a fuego en el cerebro de todo estudiante de física. Naturalmente, se la conoce como ecuación de Schrödinger:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \hat{H} \Psi$$

El símbolo griego  $\Psi$  (que se pronuncia «psi») representa la función de onda, y la ecuación de Schrödinger describe cómo varía con el tiempo. En lo que a nosotros respecta, los detalles de la ecuación son irrelevantes, porque en este libro no vamos a seguir la aproximación de Schrödinger. No obstante, lo que sí es interesante es que, aunque Schrödinger escribió la ecuación correcta para la función de onda, en un principio no la interpretó correctamente. Fue Max Born, uno de los físicos de mayor edad de entre quienes trabajaban en la teoría cuántica en 1926 quien, a la propecta edad de cuarenta y tres años, ofreció la interpretación correcta en un artículo entregado para su publicación apenas cuatro días después del de Schrödinger. Mencionamos su edad porque, a mediados de la década de 1920, la teoría cuántica se ganó el sobrenombre de *Knabenphysik* («física de niños») debido a la corta edad de muchos de sus protagonistas más importantes. En 1925, Heisenberg tenía veintitrés años; Wolfgang Pauli, cuyo famoso principio de exclusión veremos más adelante, tenía veintidós; igual que Paul Dirac, el físico británico a quien debemos la ecuación correcta que describe al electrón. Se suele decir que su juventud los liberó de las antiguas maneras de pensar y les permitió adoptar completamente la visión del mundo nueva y radical que representaba la teoría cuántica. Schrödinger, que tenía por aquel entonces treinta y ocho años, era en comparación un viejo y lo cierto es que nunca llegó a estar completamente cómodo con la teoría en cuyo desarrollo participó de manera tan destacada.

La interpretación radical de la función de onda que ofreció Born, por la que recibió el premio Nobel en Física en 1954, consistía en entender que el cuadrado de la longitud de la manecilla del reloj en un determinado punto representa la probabilidad de encontrar la partícula allí. Por ejemplo, si la manecilla del reloj situado en un punto cualquiera tiene una longitud de 0,1, su cuadrado será 0,01, es decir, una probabilidad del 1%. Podríamos preguntarnos por qué Born no optó

directamente por elevar al cuadrado las dimensiones de los relojes, de tal manera que en el último ejemplo la propia manecilla del reloj tendría una longitud de 0,01. Eso no funcionaría, porque para dar cuenta de la interferencia queríamos sumar los relojes, y no es lo mismo sumar, por ejemplo, 0,01 y 0,01 (que da como resultado 0,02) que sumar 0,1 y 0,1 y luego tomar el cuadrado (cuyo resultado sería 0,04).

Podemos ilustrar esta idea clave en la teoría cuántica con otro ejemplo. Imaginemos que le hacemos algo a una partícula de manera que podamos describirla mediante una nube de relojes en particular. Imaginemos también que tenemos un dispositivo que nos permite medir la posición de las partículas. El dispositivo (fácil de imaginar, pero no tan fácil de fabricar) podría ser una cajita que pudiésemos montar rápidamente alrededor de cualquier región del espacio. Si la teoría dice que la probabilidad de encontrar una partícula en determinado punto es de 0,01 (porque la longitud de la manecilla del reloj en ese punto es 0,1), entonces cuando montamos la caja alrededor de ese punto tenemos una probabilidad de una entre cien de encontrar la partícula dentro de la caja. Eso significa que es poco probable que encontremos algo en su interior. Sin embargo, si podemos volver a montar el experimento de manera que la partícula esté descrita de nuevo por la misma nube inicial de relojes, podemos volver a realizarlo tantas veces como queramos. Entonces, por cada cien veces que miremos en la cajita deberíamos, en promedio, descubrir una partícula en su interior una vez (estaría vacía las 99 veces restantes).

La interpretación del cuadrado de la longitud de la manecilla como la probabilidad de encontrar una partícula en determinado lugar no es especialmente difícil de asimilar, pero sí parece como si nos la hubiésemos (o, para ser más precisos, Max Born se la hubiese) sacado de la manga. Y de hecho, desde un punto de vista histórico, resultó muy difícil que la aceptaran varios grandes científicos, entre ellos Schrödinger y Einstein. Al recordar el verano de 1926 cincuenta años después, Dirac escribió: «El problema de entender la interpretación resultó ser bastante más difícil que simplemente calcular las ecuaciones». A pesar de esta dificultad, hay que mencionar cómo a finales de 1926 ya se había computado el espectro de la luz

emitida por el átomo de hidrógeno, uno de los grandes rompecabezas de la física a finales del siglo XIX, utilizando tanto las ecuaciones de Heisenberg como la de Schrödinger (más adelante, Dirac demostró que ambos enfoques eran, en todos los casos, completamente equivalentes).

Son famosas las objeciones de Einstein a la naturaleza probabilista de la mecánica cuántica, que se reflejan en una carta que le escribió a Born en diciembre de 1926. «La teoría ofrece mucho, pero no nos acerca al secreto del Viejo. De todas maneras, estoy convencido de que Él no juega a los dados». El problema era que, hasta entonces, se daba por supuesto que la física era completamente determinista. Desde luego, el concepto de probabilidad no es exclusivo de la teoría cuántica: se suele utilizar en numerosas situaciones, desde las apuestas en las carreras de caballos hasta la ciencia de la termodinámica, sobre la que se basaron sectores enteros de la ingeniería victoriana. Pero, en estos casos, el motivo para utilizar probabilidades era la falta de conocimiento acerca de esa parte del mundo en concreto, no una cuestión fundamental. Supongamos que lanzamos una moneda al aire (el juego de azar por antonomasia). Todos estamos acostumbrados a utilizar probabilidades en este contexto. Si lanzamos la moneda cien veces, esperamos, en promedio, obtener cincuenta veces cara y cincuenta veces cruz. Antes de la teoría cuántica, estábamos obligados a decir que, si tuviésemos toda la información posible sobre la moneda (la manera exacta en la que la lanzamos al aire, la fuerza de la gravedad, los detalles de las corrientes de aire que circulan por la habitación, la temperatura del aire, etcétera), en principio podríamos calcular si obtendríamos cara o cruz. Por lo tanto, en este contexto, la aparición de las probabilidades refleja las carencias de nuestro conocimiento del sistema, y no algo intrínseco al sistema en sí.

Las probabilidades en la teoría cuántica no son así en absoluto: son algo fundamental. Si solo podemos predecir la probabilidad de que una partícula esté en uno u otro lugar, no es porque seamos ignorantes. No podemos, ni siquiera en principio, predecir cuál será la posición de una partícula. Lo que sí somos capaces

de predecir, con una precisión absoluta, es la probabilidad de que encontremos una partícula en determinado lugar si la buscamos. Además, podemos predecir con precisión absoluta cómo varía esa probabilidad con el tiempo. Born lo expresó espléndidamente en 1926: «El movimiento de las partículas sigue leyes de la probabilidad, pero la probabilidad en sí se propaga según la ley de la causalidad». Eso es lo que hace la ecuación de Schrödinger: nos permite calcular con exactitud qué aspecto tendrá la función de onda en el futuro, partiendo de su aspecto en el pasado. En ese sentido, es análoga a las leyes de Newton. La diferencia es que, mientras que las leyes de Newton nos permiten calcular la posición y velocidad de las partículas en cualquier instante futuro, la mecánica cuántica únicamente nos permite calcular la probabilidad de encontrarlas en determinado lugar.

Esta pérdida de capacidad de predicción era lo que incomodaba a Einstein y a muchos de sus colegas. Desde la perspectiva que dan los ochenta años transcurridos desde entonces, y todo el trabajo que se ha llevado a cabo, el debate resulta ahora un poco superfluo, y es fácil zanjarlo diciendo que Born, Heisenberg, Pauli y Dirac, entre otros, tenían razón y que Einstein, Schrödinger y la vieja guardia estaban equivocados. Pero en aquel entonces era perfectamente posible creer que la teoría cuántica era incompleta, en algún sentido, y que las probabilidades aparecían, como sucede en termodinámica o cuando lanzamos una moneda, porque nos falta alguna información sobre las partículas. Hoy en día esta idea tiene poca aceptación, ya que los avances teóricos y experimentales indican que la naturaleza realmente utiliza números aleatorios, y que la pérdida de certeza a la hora de predecir las posiciones de las partículas es una propiedad intrínseca del mundo físico: las probabilidades son lo máximo a lo que podemos aspirar.

## Capítulo 4

### Todo lo que puede suceder, sucede

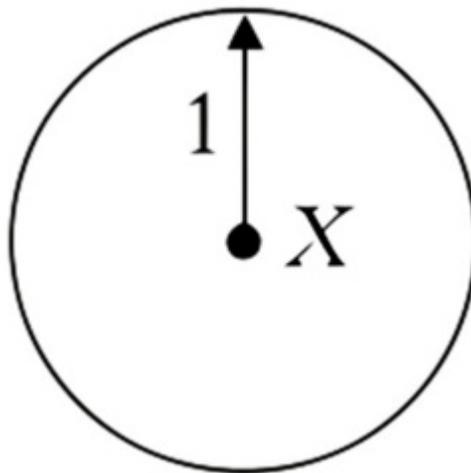
#### **Contenido:**

- §. *El principio de indeterminación de Heisenberg*
- §. *Deducir el principio de indeterminación de Heisenberg a partir de la teoría de los relojes*
- §. *Breve historia de la constante de Planck*
- §. *De vuelta al principio de indeterminación de Heisenberg*

Hemos establecido un marco dentro del cual podemos explorar la teoría cuántica en detalle. Las ideas clave son muy sencillas en cuanto a su contenido técnico, si bien su dificultad estriba en que nos obligan a enfrentarnos a nuestros prejuicios sobre el mundo. Hemos dicho que representaremos una partícula mediante un montón de pequeños relojes desperdigados y que la longitud de la manecilla de cada reloj (elevada al cuadrado) representa la probabilidad de que la partícula se encuentre en ese lugar. Los relojes no son lo más importante, son un artefacto matemático que utilizaremos para llevar la cuenta de las probabilidades de encontrar una partícula en cada lugar. También nos hemos provisto de un procedimiento para sumar los relojes, necesario para describir el fenómeno de la interferencia. Ahora necesitamos atar el último cabo suelto, y buscar la regla que nos diga cómo cambian los relojes de un momento al siguiente. Esta regla sustituirá a la primera ley de Newton, en el sentido de que nos permitirá predecir cómo se comportará una partícula si la dejamos a su aire. Empecemos por el principio e imaginemos que colocamos una única partícula en un punto.

Sabemos cómo representar una partícula en un punto (es lo que se representa en la figura 4.1). Habrá un único reloj situado en ese punto, con una manecilla de longitud uno (porque uno al cuadrado es igual a uno, lo que significa que la probabilidad de encontrar la partícula ahí es del cien por cien). Supongamos que el

reloj marca las 12 en punto, aunque esta elección es completamente arbitraria. En lo que se refiere a la probabilidad, la manecilla puede señalar en cualquier dirección, pero debe tomar algún valor inicial, y las 12 en punto es tan bueno como cualquier otro. La pregunta para la que buscamos respuesta es la siguiente: ¿cuál es la probabilidad de que la partícula esté situada en algún otro punto en un instante posterior? Dicho de otra manera, ¿cuántos relojes tendremos que dibujar y dónde tendremos que colocarlos en ese momento posterior? Para Isaac Newton esta habría sido una cuestión muy poco interesante: si colocamos una partícula en algún lugar y no hacemos nada con ella, no se moverá de ahí. Pero la naturaleza afirma, de manera muy categórica, que eso es simplemente erróneo. Newton no podía estar más equivocado.



*Figura 4.1. El único reloj que representa una partícula que está situada en un punto determinado del espacio.*

Esta es la respuesta correcta: en un instante posterior la partícula puede estar en cualquier lugar del universo. Esto significa que tenemos que dibujar un número infinito de relojes, uno en cada punto del espacio que podamos imaginar. Esta frase merece más de una relectura. Y probablemente tengamos que decir algo más al respecto.

Permitir que la partícula esté en cualquier lugar equivale a no suponer nada respecto a su movimiento. Es lo menos sesgado que podemos hacer, lo cual tiene su punto de atractivo ascético,<sup>5</sup> aunque hay que reconocer que viola las leyes del sentido común, y quizá también las de la física.

Un reloj es una representación de algo concreto: la probabilidad de que una partícula se encuentre en la posición del reloj. Si sabemos que una partícula está en un lugar determinado en un instante determinado, la representamos mediante un único reloj en dicho punto. La propuesta es que, si partimos de una partícula en reposo en una posición definida en el instante cero, en un instante «cero más un poquito» tendremos que dibujar una cantidad enorme (infinita, de hecho) de relojes en todos los lugares del universo. Esto supone reconocer la posibilidad de que la partícula salte en un instante a cualquier otro lugar del universo. Nuestra partícula se encontrará simultáneamente tanto a un nanómetro como a 1.000 millones de años luz de distancia de la posición inicial, en el núcleo de una estrella en una galaxia remota. Hablando en plata, esto parece una tontería. Para aclarar las cosas: la teoría debe ser capaz de explicar el experimento de la doble rendija y, al igual que provocamos que una onda se expanda cuando metemos el dedo en el agua en calma, con el paso del tiempo un electrón situado inicialmente en algún lugar debe propagarse. Lo que tenemos que determinar con exactitud es cómo se produce esa propagación.

A diferencia de la onda en el agua, lo que proponemos aquí es que la onda de electrón se propaga de manera instantánea hasta ocupar todo el universo. Técnicamente, diríamos que la regla para la propagación de partículas es diferente de la correspondiente a las ondas en el agua, aunque ambas se propagan de acuerdo con una «ecuación de ondas». La ecuación para las ondas en el agua es distinta de la de las ondas de partículas (que es la famosa ecuación de Schrödinger que se ha mencionado en el capítulo anterior), pero ambas codifican la física ondulatoria. Las diferencias están en los detalles de cómo se propagan las cosas de un lugar a otro. Por cierto, si usted sabe algo sobre la teoría de la relatividad de Einstein quizá le

inquiète el hecho de que hablemos de que una partícula atraviesa el universo en un instante, porque podría tener la impresión de que hay algo que viaja más rápido que la luz. En realidad, la idea de que una partícula puede estar aquí y, un instante después, en algún otro lugar remoto no contradice por sí misma las teorías de Einstein, porque lo que estas realmente dicen es que la información no puede viajar más rápido que la velocidad de la luz, limitación que también constriñe a la teoría cuántica. Como veremos, la dinámica correspondiente a una partícula que atraviesa el universo de un salto es completamente opuesta a la transferencia de información, porque no podemos saber de antemano adónde saltará la partícula. Parece que estemos construyendo una teoría basada en la pura anarquía, y es natural que haya quien piense que no es posible que la naturaleza se comporte así. Pero, como veremos a lo largo del libro, el orden que observamos en nuestro mundo cotidiano surge en realidad de ese comportamiento increíblemente absurdo.

Si le cuesta aceptar esta anárquica propuesta (que debemos llenar el universo de relojes para poder describir el comportamiento de una sola partícula subatómica de un momento al siguiente), ha de saber que no es el único. Levantar el velo que cubre la teoría cuántica y tratar de interpretar sus mecanismos internos es algo que desconcierta a todo el mundo. Es famosa la afirmación de Niels Bohr según la cual: «Si alguien no experimenta asombro al entrar en contacto con la mecánica cuántica, es porque no la entiende», y Richard Feynman, en la introducción al tercer volumen de sus *Feynman Lectures on Physics*, escribió que: «Creo que puedo afirmar sin temor a equivocarme que nadie entiende la mecánica cuántica». Por suerte, seguir las reglas es muchísimo más sencillo que tratar de visualizar lo que significan en realidad. La capacidad de extraer cuidadosamente las consecuencias de una serie de hipótesis, sin dejarse distraer por sus implicaciones filosóficas, es una de las habilidades más importantes para un físico. Esto encaja a la perfección con el espíritu de Heisenberg: planteemos nuestras hipótesis iniciales y calculemos sus consecuencias. Si llegamos a un conjunto de predicciones que concuerdan con lo que observamos en el mundo que nos rodea, deberíamos dar por buena la teoría.

Muchos problemas son demasiado complicados para resolverlos de un solo salto mental, y el conocimiento profundo rara vez surge de momentos de « ¡eureka! ». El truco consiste en cerciorarse de que entendemos cada pequeño paso y, tras un número suficiente de ellos, surgirá una representación más general. O eso, o nos damos cuenta de que hemos tomado un camino equivocado y tenemos que empezar de nuevo desde cero. Los pequeños pasos que hemos esbozado hasta ahora no son complicados en sí mismos, pero la idea de que hemos decidido tomar un solo reloj y convertirlo en una infinidad de ellos es sin duda un concepto chocante, sobre todo si imaginamos que tenemos que dibujarlos todos. Como diría Woody Allen, la eternidad se hace larga, sobre todo al final. Nuestro consejo es no dejarse llevar por el pánico ni darse por vencidos y, en todo caso, lo del infinito es solo un detalle. Nuestra siguiente tarea es determinar la regla que nos diga qué aspecto deben tener todos esos relojes en algún instante posterior al inicial.

La que buscamos es la regla fundamental de la teoría cuántica, aunque tendremos que añadir una segunda regla cuando consideremos la posibilidad de que el universo contenga más de una partícula. Pero lo primero es lo primero: de momento, centrémonos en el caso de una única partícula sola en el universo (nadie podrá acusarnos de ir demasiado rápido). Supondremos que sabemos exactamente dónde se encuentra en determinado instante, lo que nos permitirá representarla mediante un único y solitario reloj. Nuestra tarea específica consiste en identificar la regla que nos dirá cuál habrá de ser el aspecto, en un instante posterior, de todos y cada uno de los nuevos relojes, distribuidos a lo largo y ancho del universo.

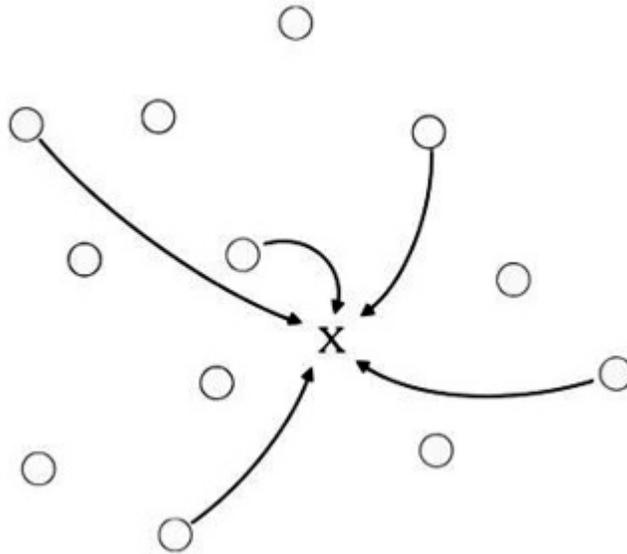
Empezaremos por plantear la regla sin ninguna justificación. Enseguida exponaremos por qué la regla tiene el aspecto que tiene, pero de momento la trataremos como si fuese una de las reglas de un juego. Dice así: en un tiempo futuro  $t$ , la manecilla de un reloj situado a una distancia  $x$  del reloj original se ha desplazado en el sentido contrario a las agujas del reloj en un ángulo proporcional  $ax^2$ . El ángulo es también proporcional a la masa de la partícula,  $m$ , e inversamente al tiempo,  $t$ . En símbolos, esto significa que debemos girar la manecilla del reloj en

sentido antihorario un ángulo proporcional a  $mx^2/t$ . En palabras, significa que el ángulo será mayor para una partícula más masiva, y también cuanto más alejado se encuentre el segundo reloj del original; y menor cuanto mayor sea el tiempo transcurrido. Este es un algoritmo —o una receta, si se prefiere— que nos dice exactamente qué hemos de hacer para calcular el aspecto de una distribución de relojes en algún instante futuro. En cualquier punto del universo, dibujamos un reloj cuya aguja señala en la dirección que viene dada por nuestra regla. Esto refleja nuestra afirmación de que la partícula puede saltar, y de hecho salta, de su posición inicial a todos los demás puntos del universo, con la consiguiente aparición de nuevos relojes.

Para simplificar la situación, hemos imaginado que al principio solo había un reloj, pero, evidentemente, en cualquier instante del tiempo podría haber ya muchos relojes, que representarían el hecho de que la partícula no se encuentra en una posición definida. ¿Cómo podemos saber lo que hemos de hacer con toda una nube de relojes? La respuesta es que haremos, para cada uno de ellos, lo mismo que hemos hecho en el caso de un solo reloj. La figura 4.2 ilustra esta idea. La nube inicial de relojes se representa mediante pequeños círculos, y las flechas indican que la partícula salta de la ubicación de cada reloj inicial al punto X. Obviamente, esto da lugar a un nuevo reloj en dicho punto por cada reloj inicial, y debemos sumarlos todos para construir el reloj final y definitivo en el punto X. El tamaño de la manecilla de dicho reloj nos dará la probabilidad de encontrar la partícula en X en un instante posterior.

No es tan raro tener que sumar relojes cuando varios de ellos llegan a un mismo punto. Cada reloj corresponde a una manera distinta en que la partícula podría haber llegado a X. Esta suma de relojes tiene sentido si recordamos el experimento de la doble rendija: solo estamos tratando de reformular la descripción de la onda usando relojes. Podemos imaginar dos relojes iniciales, uno en cada rendija. En un instante posterior, cada uno de ellos dará lugar a un reloj en un punto determinado de la pantalla, y tendremos que sumar ambos relojes para obtener el patrón de

interferencia.<sup>6</sup> Por lo tanto, en resumen, la regla para calcular el aspecto que tendrá el reloj en cualquier punto consiste en transportar todos los relojes iniciales a dicho punto, uno por uno, y a continuación sumarlos todos utilizando la regla para la adición que hemos visto en el capítulo anterior.



*Figura 4.2. Los saltos de los relojes. Los círculos indican las posiciones de la partícula en cierto instante; debemos asociar un reloj con cada punto. Para calcular la probabilidad de encontrar la partícula en el punto X tenemos que permitir que la partícula salte hasta él desde todas las posiciones iniciales. Las flechas representan algunos de los saltos. La forma de las líneas no tiene ningún significado y, desde luego, no implica que la partícula haya seguido alguna trayectoria entre la ubicación de un reloj y el punto X.*

Puesto que hemos desarrollado este lenguaje para describir la propagación de ondas, también podemos utilizarlo para pensar en otros tipos de ondas más habituales. De hecho, la idea se remonta a mucho tiempo atrás. Como es bien sabido, ya en 1690 el físico holandés Christiaan Huygens describió así la propagación de ondas de luz. Él no hablaba de relojes imaginarios, sino que insistía en que debíamos ver cada punto de una onda de luz como una fuente de ondas

secundarias (igual que cada reloj da lugar a muchos relojes secundarios). Después estas ondas secundarias se combinan para producir la nueva onda resultante. El proceso se repite, de manera que cada punto en la nueva onda actúa también como fuente de más ondas, que de nuevo se combinan, y así es como avanza la onda.

Ahora podemos volver sobre algo que, muy legítimamente, podría haber estado resultando molesto. ¿Por qué diablos elegimos la cantidad  $mx^2/t$  para determinar el ángulo en que debe girar la manecilla del reloj? Esta cantidad tiene un nombre: «acción», y su historia dentro de la física es larga y venerable. Nadie entiende realmente por qué la naturaleza hace uso de ella de una manera tan fundamental, lo que significa que nadie puede explicar por qué las manecillas de los relojes se giran en los ángulos en que se giran. Lo cual a su vez da pie a que nos preguntemos: ¿cómo se dio cuenta alguien de que esto era tan importante? Apareció por primera vez en una obra inédita escrita en 1669 por el filósofo y matemático alemán Gottfried Leibniz, que sin embargo no encontró la manera de utilizarla para realizar cálculos. El científico francés Pierre-Louis Moreau de Maupertuis la volvió a introducir en 1744 y, posteriormente, su amigo el matemático Leonard Euler la utilizó para formular un nuevo y potente principio de la naturaleza. Imaginemos una bola que vuela por el aire. Euler descubrió que la bola recorre una trayectoria tal que la acción calculada entre cualesquiera dos puntos de la misma tiene siempre el valor mínimo posible. En el caso de la bola, la acción está relacionada con la diferencia entre su energía cinética y su energía potencial.<sup>7</sup> Es lo que se conoce como el «principio de mínima acción», que se puede utilizar para obtener una alternativa a las leyes del movimiento de Newton. A primera vista, es un principio bastante extraño, porque parece que, para volar de manera que se minimice la acción, la bola debería conocer de antemano adónde se dirige antes de llegar allí. ¿Cómo si no podría viajar por el aire de manera que, al final, la cantidad llamada acción sea mínima? Expresado así, el principio de mínima acción parece teleológico (esto es, da la impresión de que las cosas suceden para alcanzar un objetivo predeterminado). En general, las ideas teleológicas tienen bastante mala

reputación en la ciencia, y es fácil entender por qué. En biología, una explicación teleológica de la aparición de criaturas complejas sería equivalente a defender la existencia de alguien que las hubiera diseñado, mientras que la teoría de la evolución a través de la selección natural de Darwin ofrece una explicación más sencilla que cuadra perfectamente con los datos de que disponemos. No hay un componente teleológico en la teoría de Darwin: mutaciones aleatorias producen variaciones en los organismos, y las presiones externas debidas al entorno y a otros seres vivos determinan cuáles de estas variaciones se transmiten a la siguiente generación. Basta con este proceso para dar cuenta de la complejidad que observamos actualmente en la vida sobre la Tierra. Dicho de otro modo, no es necesario un gran designio ni la ascensión gradual de la vida hacia algún tipo de perfección, sino que la evolución de la vida es una caminata aleatoria, generada por la copia imperfecta de genes en un entorno externo en constante cambio. El biólogo francés Jacques Monod, galardonado con el premio Nobel, llegó al extremo de ver en «la negación sistemática o axiomática de la posibilidad de que el conocimiento científico se pueda obtener mediante teorías que impliquen, explícitamente o no, un principio teleológico» uno de los cimientos de la biología moderna.

En lo que a la física se refiere, no hay debate en torno a la validez del principio de mínima acción, ya que permite efectuar cálculos que describen correctamente la naturaleza, y constituye una de sus piedras angulares. Es posible argumentar que el principio de mínima acción no es en absoluto teleológico, pero en cualquier caso el debate queda neutralizado una vez que uno entiende la aproximación de Feynman a la mecánica cuántica. La bola que vuela por el aire «sabe» qué trayectoria elegir porque en realidad explora en secreto todos los caminos posibles.

¿Cómo se descubrió que la regla sobre los ángulos de los relojes tenía algo que ver con esa cantidad denominada acción? Desde un punto de vista histórico, Dirac fue el primero en tratar de encontrar una formulación de la teoría cuántica en la que interviniese la acción, pero, en un gesto de excentricidad, optó por publicar sus resultados en una revista soviética para mostrar así su apoyo a la ciencia de ese

país. El artículo, titulado «El lagrangiano en mecánica cuántica», se publicó en 1933 y permaneció muchos años en la oscuridad. En la primavera de 1941, el joven Richard Feynman había estado pensando sobre la manera de desarrollar una nueva aproximación a la teoría cuántica utilizando la formulación lagrangiana de la mecánica clásica (que es la formulación que se deriva del principio de mínima acción). En una fiesta conoció a Herbert Jehle, un físico europeo que estaba pasando una temporada en Princeton, y, como es habitual entre los físicos cuando han tomado unas copas, empezaron a comentar las ideas que estaban investigando. Jehle recordó el oscuro artículo de Dirac, y al día siguiente lo encontraron en la biblioteca de Princeton. Feynman empezó inmediatamente a calcular utilizando el formalismo de Dirac y, a lo largo de una tarde en compañía de Jehle, descubrió que podía derivar la ecuación de Schrödinger de un principio de acción. Fue un gran avance, aunque al principio Feynman supuso que Dirac ya lo habría hecho, porque era muy fácil. Fácil, claro está, si uno es Richard Feynman. Más adelante, Feynman le preguntaría a Dirac si sabía que, con unos pocos pasos matemáticos más, su artículo de 1933 se podía utilizar de esa manera. Tiempo después, Feynman recordaría cómo Dirac, tumbado en el césped en Princeton tras haber impartido una conferencia más bien deslucida, respondió simplemente: «No, no lo sabía. Es interesante». Dirac fue uno de los físicos más importantes de todos los tiempos, pero también era un hombre de pocas palabras. Eugene Wigner, otro de los grandes, decía que «Feynman es un segundo Dirac, pero humano».

Recapitulemos: hemos planteado una regla que nos permite plasmar toda la nube de relojes que representa el estado de una partícula en un instante dado. Es una regla un poco rara: llene el universo de un número infinito de relojes, la dirección de cuyas agujas diferirá entre sí en una cantidad que depende de una magnitud bastante extraña pero históricamente muy importante llamada «acción». Si en un punto coinciden dos o más relojes, se suman. La regla se basa en la premisa de que debemos darle a la partícula la libertad de saltar desde cualquier lugar del universo a absolutamente cualquier otro en un instante infinitamente pequeño. Hemos dicho

al principio que, en última instancia, estas extravagantes ideas deben someterse a prueba en la naturaleza para ver si de ellas surge algo que tenga sentido. Para empezar a hacerlo, veamos cómo algo muy concreto, una de las bases de la teoría cuántica, surge de esta aparente anarquía: el principio de indeterminación de Heisenberg.

### §. El principio de indeterminación de Heisenberg

El principio de indeterminación de Heisenberg es una de las partes de la teoría cuántica más malinterpretadas, una vía a través de la que todo tipo de charlatanes y mercachifles de sandeces pueden colar sus divagaciones filosóficas. Lo presentó en 1927 en un artículo cuyo título, «Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik», es de muy difícil traducción. En particular la palabra *anschaulich*, que significa algo como «físico» o «intuitivo». Al parecer, le movía el profundo disgusto que le producía el hecho de que la versión de Schrödinger de la teoría cuántica, más intuitiva, gozaba de una mayor aceptación que la suya, a pesar de que ambos formalismos producían los mismos resultados. En la primavera de 1926, Schrödinger estaba convencido de que su ecuación para la función de onda ofrecía una representación visual de lo que sucedía en el interior de los átomos. Pensaba que su función de onda era algo que se podría visualizar, y que estaba relacionada con la distribución de carga eléctrica dentro del átomo. Lo cual resultó ser incorrecto, pero al menos hizo que los físicos se sintieran bien durante los primeros seis meses de 1926, hasta que Born introdujo su interpretación probabilista.

Heisenberg, por su parte, había construido su teoría utilizando matemáticas abstractas, lo que permitía predecir con gran precisión los resultados de los experimentos, pero no era susceptible de ofrecer una interpretación física clara. Heisenberg expresó su irritación en una carta a Pauli de 8 de junio de 1926, pocas semanas antes de que Born pusiese sus palos metafóricos en las ruedas de la aproximación intuitiva de Schrödinger. «Cuanto más pienso en el aspecto físico de

la teoría de Schrödinger, más me desagrada. Lo que escribe sobre la *Anschaulichkeit* de su teoría [...], yo lo considero *Mist*». La traducción de la palabra alemana *mist* es «basura», «mierda»... o «sandez».

Heisenberg decidió entonces explorar cuál debería ser el significado de la «representación intuitiva», o *Anschaulichkeit*, de una teoría física. Se planteó la siguiente cuestión: ¿qué puede decir la teoría cuántica respecto a las propiedades familiares de las partículas, como la posición? En el espíritu de su teoría original, propuso que solo tiene sentido hablar de la posición de una partícula si se especifica también cómo se mide. Así, no podemos preguntarnos dónde se encuentra realmente un electrón en el interior de un átomo de hidrógeno sin describir con exactitud qué haríamos para obtener esa información. Puede parecer una cuestión semántica, pero no lo es en absoluto. Heisenberg se dio cuenta de que el mero acto de medir algo introduce una perturbación, y como consecuencia de ello existe un límite a la precisión con la que podemos «conocer» un electrón. En particular, en su artículo original Heisenberg fue capaz de estimar cuál es la relación entre la precisión con la que podemos medir simultáneamente la posición y el momento de una partícula. En su famoso principio de indeterminación, afirmó que si  $\Delta x$  es la incertidumbre con la que conocemos la posición de una partícula ( $\Delta$  es el símbolo de la letra griega delta, de manera que  $\Delta x$  se pronuncia «delta de  $x$ ») y la letra griega  $\Delta p$  es la incertidumbre correspondiente al momento, entonces

$$\Delta x \Delta p \sim \hbar$$

Donde  $h$  es la constante de Planck y el símbolo « $\sim$ » significa «del orden de magnitud de». En una palabra: el producto de la incertidumbre en la posición de una partícula y la incertidumbre en su momento será aproximadamente igual a la constante de Planck. Esto significa que, cuanto mayor sea la precisión con la que determinamos la posición de una partícula, menos podremos saber sobre el valor de su momento, y viceversa. Heisenberg llegó a esta conclusión al reflexionar sobre la

dispersión de fotones por electrones. Los fotones son el medio que tenemos para «ver» el electrón, de la misma manera en que vemos todos los objetos cotidianos cuando detectamos con los ojos los fotones dispersados por dichos objetos. Normalmente, la luz que rebota en un objeto provoca en él una perturbación imperceptible, pero eso no debe hacernos creer que podemos separar por completo el objeto que estamos midiendo del propio acto de medida. Alguien podría suponer que, mediante un experimento convenientemente ingenioso, es posible superar las limitaciones del principio de indeterminación. Demostraremos que no es así, y que este principio es fundamental, porque vamos a llegar a él partiendo únicamente de nuestra teoría de los relojes.

### **§. Deducir el principio de indeterminación de Heisenberg a partir de la teoría de los relojes**

En lugar de partir de una partícula situada en un único punto, imaginemos una situación en la que solo sabemos aproximadamente dónde se encuentra la partícula. Si sabemos que una partícula se encuentra en algún lugar dentro de una pequeña región del espacio, entonces deberíamos representarla mediante una nube de relojes que cubra toda esa región. En cada punto de la misma habrá un reloj, que representa la probabilidad de que la partícula se encuentre en dicho punto. Si elevamos al cuadrado las longitudes de las agujas de los relojes en cada punto, y las sumamos, obtendremos en total el valor uno; es decir, la probabilidad de encontrar la partícula dentro de la región es del cien por cien.

Enseguida utilizaremos nuestras reglas cuánticas para realizar un cálculo complicado, pero antes hemos de confesar que hemos olvidado mencionar un importante apéndice a la regla para calcular la dirección de las manecillas de los relojes. No hemos querido introducirlo antes porque es un detalle técnico, pero si lo ignoramos no obtendremos resultados correctos cuando calculemos probabilidades reales. Está relacionado con lo que hemos dicho al final del párrafo anterior.

Si partimos de un solo reloj, su manecilla ha de tener una longitud igual a uno, porque la partícula debe encontrarse en la posición del reloj con una probabilidad del cien por cien. Nuestra regla cuántica nos dice entonces que, para describir la partícula en un instante posterior, deberíamos transportar este reloj a todos los puntos del universo, lo cual corresponde a que la partícula salte desde su posición inicial. Claramente, las manecillas de todos los relojes no pueden tener longitud uno, porque entonces ya no podríamos utilizarla para calcular las probabilidades. Imaginemos, por ejemplo, que la partícula está descrita por cuatro relojes, correspondientes a cuatro posibles posiciones. Si cada uno de ellos tiene longitud uno, la probabilidad de que la partícula se encuentre en alguna de las cuatro posiciones sería del 400%, lo cual evidentemente no tiene sentido. Para solucionar este problema, además de hacer que las agujas giren en sentido antihorario, debemos reducir su longitud. Esta regla de «reducción» dice que, una vez que han aparecido todos los nuevos relojes, la longitud de cada uno de ellos debe dividirse por la raíz cuadrada del número total de relojes.<sup>8</sup> Para cuatro relojes, eso implicará que la longitud de cada manecilla debe dividirse por  $\sqrt{4}$ , lo que significa que, para cada uno de los cuatro relojes finales, esta medirá  $\frac{1}{2}$ . Por lo tanto, hay una probabilidad del  $(\frac{1}{2})^2 = 25\%$  de que la partícula se encuentre en la posición que ocupa cada uno de los cuatro relojes. De esta manera tan sencilla podemos garantizar que la probabilidad total de que la partícula se encuentre en cualquier lugar siempre será del cien por cien. Evidentemente, el número de posiciones posibles podría ser infinito, en cuyo caso los relojes tendrían un tamaño nulo, lo cual puede parecer preocupante, pero las matemáticas saben cómo manejar la situación. Por lo que a nosotros respecta, siempre podemos imaginar que existe un número finito de relojes y, en cualquier caso, no necesitaremos saber nunca en qué proporción mengua realmente el tamaño de un reloj.

Pensemos de nuevo en un universo que contiene una sola partícula cuya posición no se conoce con precisión. Podemos tratar la siguiente sección como un pequeño rompecabezas matemático (es posible que no le resulte fácil seguir el razonamiento

la primera vez que lo lee, y quizá merezca la pena releerlo, pero si consigue entender lo que está sucediendo comprenderá cómo surge el principio de incertidumbre). Por simplicidad, hemos supuesto que la partícula se mueve en una dimensión, lo que significa que está situada en algún lugar de una línea. El caso tridimensional, más realista, no es distinto en lo fundamental, pero sí más difícil de dibujar. En la figura 4.3 hemos esbozado esta situación, representando la partícula mediante una línea de tres relojes. Tenemos que imaginar que hay muchos más relojes —uno en cada punto donde podría encontrarse la partícula—, pero eso sería muy difícil de dibujar. El reloj 3 está a la izquierda de la nube inicial de relojes, y el reloj 1 a la derecha. Insistimos, esto representa una situación en la que sabemos que la partícula se encuentra inicialmente en algún lugar entre los relojes 1 y 3. Newton diría que la partícula permanece entre ambos relojes si nada actúa sobre ella, pero ¿qué dice la regla cuántica? Aquí es donde empieza la diversión: vamos a jugar con las reglas de los relojes para dar respuesta a esta pregunta.

Permitamos que el tiempo transcurra y calculemos lo que sucede con esta línea de relojes. Empezaremos por pensar en un punto en particular (marcado con una X en la figura), situado a gran distancia de la nube inicial. Más adelante seremos más explícitos en cuanto a lo que significa «gran distancia», pero de momento entenderemos simplemente que la aguja del reloj dará muchas vueltas.



*Figura 4.3. Una línea de tres relojes que marcan la misma hora: esto describe una partícula situada inicialmente en la región de los relojes. Queremos calcular cuál es la probabilidad de encontrar la partícula en el punto X en un instante posterior.*

Si aplicamos nuestras reglas, deberíamos transportar cada reloj de la nube inicial al punto X, girando la manecilla y contrayéndolo como corresponda. Físicamente, esto corresponde a que la partícula salte desde esa posición dentro de la nube inicial al punto X. A dicho punto llegarán muchos relojes, uno por cada reloj inicial en la línea, y habrá que sumarlos todos. Una vez hecho esto, el cuadrado de la longitud de la aguja del reloj resultante en el punto X nos dará la probabilidad de encontrar la partícula ahí.

Hagamos números y veamos cuál es el resultado. Supongamos que el punto X está a «10 unidades» de distancia del reloj 1, y que la nube inicial de relojes tiene una extensión de «0,2 unidades». Para responder a la pregunta evidente, « ¿Qué distancia es 10 unidades?», es para lo que nos será útil la constante de Planck, pero de momento dejaremos este asunto a un lado y diremos simplemente que una unidad de distancia corresponde a una vuelta completa (doce horas) de la manecilla del reloj. Eso significa que el punto X está aproximadamente a  $10^2 = 100$  vueltas completas de la nube inicial (recordemos la regla para calcular las vueltas que da la manecilla). También supondremos que todos los relojes iniciales tenían aproximadamente el mismo tamaño, y que marcaban las 12 en punto. Lo primero equivale a suponer que la probabilidad de encontrar la partícula entre los puntos 1 y 3 de la figura es uniforme. El significado de que todos marquen la misma hora lo veremos cuando llegue el momento.

Para llevar un reloj del punto 1 al X, de acuerdo con nuestra regla, debemos rotar la manecilla en sentido antihorario hasta que dé cien vueltas completas. A continuación, hagamos lo propio con el reloj que inicialmente se encuentra en el punto 3, a 0,2 unidades de distancia. Este tiene que recorrer 10,2 unidades, por lo que la aguja girará algo más que antes:  $10,2^2$ , que es muy aproximadamente igual a 104 vueltas completas.

Ya tenemos dos relojes en X, correspondientes a que la partícula salte desde los puntos 1 y 3, respectivamente, y ahora debemos sumarlos para comenzar a calcular cómo será el reloj final. Puesto que ambos han completado muy aproximadamente

un número entero de vueltas, los dos marcarán poco más o menos las 12 en punto, y su suma dará como resultado un reloj con una manecilla más grande que marcará también esa misma hora. Fijémonos en que lo único que importa es la dirección final que señalan las manecillas de los relojes. No tenemos que llevar la cuenta de cuántas vueltas dan. Hasta ahora, todo bien, pero aún no hemos terminado, porque hay muchos otros relojes entre los extremos izquierdo y derecho de la nube inicial. Centrémonos ahora en el reloj que ocupa la posición intermedia entre ambos extremos, es decir, el que está en el punto 2. Este reloj se encuentra a 10,1 unidades de distancia de X, lo que significa que su manecilla tendrá que dar  $10,1^2$  vueltas, que es muy aproximadamente igual a 102 rotaciones completas (de nuevo, un número entero de vueltas). Tenemos que sumar este tercer reloj a los otros en el punto X y, como antes, esto hará que la longitud de la manecilla crezca aún más. Siguiendo con el razonamiento, hay un punto a medio camino entre los puntos 1 y 2, y si el reloj salta desde ahí su aguja tendrá que dar 101 vueltas completas, lo que de nuevo contribuirá al tamaño de la manecilla final. Pero he aquí la idea importante: si volvemos a tomar el punto intermedio entre estos dos, obtenemos un reloj que tendrá que dar 100,5 rotaciones para llegar al punto X, lo cual corresponde a un reloj que marca las 6 en punto. Si lo sumamos al resto, hará que disminuya la longitud de la manecilla final en X. Si lo pensamos un poco, nos convenceremos de que, aunque a partir de los puntos 1, 2 y 3 obtenemos relojes que marcan las 12 en el punto X, y aunque los puntos situados a medio camino entre 1, 2 y 3 también dan lugar a relojes que marcan las 12, los puntos situados a  $\frac{1}{4}$  y  $\frac{3}{4}$  de camino entre los puntos 1 y 3, y 2 y 3, producen relojes que marcan las 6 en punto. En total, son 5 relojes que señalan hacia arriba y cuatro que lo hacen hacia abajo. Cuando los sumamos todos, obtenemos que el reloj en X posee una manecilla minúscula, porque casi todos los relojes se cancelan entre sí. Evidentemente, esta «cancelación de los relojes» se extiende al caso realista en que consideramos cualquier punto posible situado en la región entre 1 y 3. Por ejemplo, el punto que se encuentra a  $\frac{1}{8}$  de camino desde el punto 1 aporta un reloj que

marca las 9, mientras que debido al punto situado a  $\frac{3}{8}$  del camino marca las 3; de nuevo, ambos se cancelan entre sí. El efecto neto es que los relojes correspondientes a todas las maneras en que la partícula podría haber viajado desde algún lugar de la nube inicial de relojes al punto X se cancelan entre sí. Esta situación se ilustra en la parte derecha de la figura 4.3. Las flechas representan las manecillas de los relojes que llegan a X procedentes de distintos puntos de la nube inicial. El efecto neto de sumar todas estas flechas es que se cancelan entre sí. Este es el mensaje fundamental con el que debemos quedarnos.

Insistimos, acabamos de demostrar que, si la nube inicial es suficientemente grande y el punto X está suficientemente alejado, entonces, para cada reloj que llega a X marcando las 12 en punto, habrá otro que indique las 6 y lo cancele; para cada reloj que llegue marcando las 3 en punto, habrá otro que señale las 9 y lo cancele, etcétera. Esta cancelación generalizada significa que la probabilidad de encontrar la partícula en el punto X es prácticamente cero. Este resultado es muy prometedor e interesante, porque recuerda mucho a la descripción de una partícula que no se mueve. Aunque partimos de una propuesta en apariencia extravagante, según la cual una partícula podía pasar de estar en un único punto del espacio a encontrarse en cualquier lugar del universo un instante después, ahora hemos descubierto que no es eso lo que sucede si inicialmente tenemos una nube de relojes. Para dicha nube, debido a la manera en que todos los relojes interfieren entre sí, la probabilidad de que la partícula esté lejos de su posición es prácticamente nula. Hemos llegado a esta conclusión como resultado de una «orgía de interferencia cuántica», en palabras del profesor de Oxford James Binney.

Para que la orgía de interferencia cuántica y la correspondiente cancelación de los relojes se produzcan, el punto X debe estar lo suficientemente alejado de la nube inicial como para que las manecillas de los relojes puedan dar muchas vueltas. ¿Por qué? Porque si el punto X está demasiado cerca podría suceder que las manecillas de los relojes no tuvieran ocasión de dar siquiera una vuelta completa, lo que significaría que no se cancelarían entre sí de manera tan efectiva. Imaginemos, por

ejemplo, que la distancia del reloj en el punto 1 al punto X es de 0,3, en lugar de 10. Ahora el reloj en el extremo de la nube inicial gira únicamente  $0,3^2 = 0,09$  vueltas, lo que significa que marca poco después de la 1 en punto. Análogamente, el reloj del punto 3, en el extremo opuesto de la nube inicial, gira  $0,5^2 = 0,25$ , y marca las 3 en punto. Por consiguiente, todos los relojes que llegan al punto X marcan horas comprendidas entre la 1 y las 3, lo que significa que no se cancelan entre sí, sino que se suman para dar como resultado un gran reloj que marca aproximadamente las 2 en punto. Todo esto equivale a decir que hay una probabilidad razonable de encontrar la partícula en puntos próximos, aunque exteriores, a la nube inicial. Por «próximos» entendemos que las manecillas no han girado lo suficiente para dar una vuelta completa. Esto empieza a tener un aire a principio de indeterminación, pero aún es un poco vago, así que aclararemos qué queremos decir exactamente con una nube inicial de relojes «suficientemente grande» y con un punto «suficientemente alejado».

Siguiendo los pasos de Dirac y Feynman, nuestra aproximación inicial ha consistido en suponer que el ángulo en el que las manecillas giran cuando una partícula de masa  $m$  salta a una distancia  $x$  en un tiempo  $t$  es proporcional a  $mx^2/t$ . No basta con decir que es «proporcional a» si lo que queremos es calcular números reales. Necesitamos saber con precisión la magnitud del ángulo en el que giran. En el capítulo 2 hemos hablado de la ley de la gravitación de Newton y, para hacer predicciones cuantitativas, hemos introducido la constante de gravitación de Newton, que determina la intensidad de la fuerza gravitatoria. Con la constante, se pueden introducir números en la ecuación y calcular cosas reales, como el período orbital de la Luna o la trayectoria que ha seguido la cápsula Voyager 2 en su recorrido a través del Sistema Solar. Ahora necesitamos algo parecido para la mecánica cuántica, una constante de la naturaleza que «determine la escala» y nos permita partir de la acción y obtener un resultado preciso sobre cuánto han de girar las agujas de los relojes cuando los movemos a una cierta distancia de su posición inicial en un tiempo determinado. Esa constante es la constante de Planck.

## §. Breve historia de la constante de Planck

En un arranque de genio imaginativo durante la velada del 7 de octubre de 1900, Max Planck fue capaz de encontrar la explicación para la manera en que irradian energía los objetos calientes. A lo largo de la segunda mitad del siglo XIX, uno de los grandes rompecabezas de la física fue encontrar la relación exacta entre la distribución de longitudes de onda de la luz emitida por objetos calientes y su temperatura. Todo objeto caliente emite luz y, a medida que aumenta la temperatura, el carácter de la luz varía. Estamos acostumbrados a la luz de la región visible del espectro, que corresponde a los colores del arcoíris, pero también puede existir luz cuya longitud de onda sea demasiado corta o demasiado larga para que el ojo humano la detecte. La luz con una longitud de onda mayor que la del color rojo se conoce como «infrarroja» y se puede ver usando gafas de visión nocturna. Las longitudes de onda aún mayores corresponden a las ondas de radio. Por su parte, la luz cuya longitud de onda es algo menor que la del color azul se denomina «ultravioleta», y aquella con la menor longitud de onda se conoce genéricamente como «radiación gamma». A temperatura ambiente, un pedazo de carbón que no esté ardiendo emitirá luz en el rango infrarrojo del espectro. Pero si lo lanzamos al fuego empezará a brillar con luz roja. Esto es porque, a medida que aumenta la temperatura del carbón, disminuye el valor medio de la longitud de onda de la radiación que emite. El aumento en la precisión de las medidas experimentales que se produjo durante el siglo XIX evidenció que nadie sabía cuál era la fórmula matemática correcta para describir esta observación. Es lo que en general se conoce como «el problema del cuerpo negro», porque los físicos denominan «cuerpos negros» a los objetos ideales que absorben y reemiten toda la radiación que reciben. Era un problema grave, porque ponía de manifiesto la incapacidad para comprender el carácter de la luz emitida por cualquier objeto.

Planck había estado pensando sobre este asunto y otros relacionados en los campos de la termodinámica y el electromagnetismo durante muchos años antes de ser

nombrado catedrático de física teórica en Berlín. Antes de contactar con Planck, les habían ofrecido el puesto a Boltzmann y a Hertz, pero ambos lo habían rechazado. Lo cual resultó ser providencial, porque Berlín era el centro de las investigaciones experimentales sobre la radiación del cuerpo negro, y la inmersión de Planck en el corazón de los trabajos experimentales fue clave para su posterior proeza teórica. A menudo se da la circunstancia de que los físicos trabajan mejor cuando pueden tener conversaciones diversas y casuales con sus colegas.

Conocemos con tanta precisión la fecha y la hora de la revelación de Planck porque había pasado la tarde del domingo 7 de octubre de 1900 con su familia en compañía de su colega Heinrich Rubens. Durante la comida, discutieron la incapacidad de los modelos teóricos de la época para explicar los detalles de la radiación del cuerpo negro. Por la noche, Planck garabateó una ecuación en una postal y se la envió a Rubens. Resultó ser la fórmula correcta, pero era verdaderamente muy extraña. Más tarde, Planck la describiría como «un acto de desesperación», después de haber probado todo lo que se le ocurrió. En realidad, no se sabe a ciencia cierta cómo se le ocurrió la ecuación. En su magnífica biografía de Albert Einstein, *El Señor es sutil*, Abraham Pais escribe: «Su razonamiento era disparatado, pero su locura poseía esa cualidad divina que solo las más grandes figuras de momentos de transición pueden aportar a la ciencia». La propuesta de Planck era tan inexplicable como revolucionaria. Descubrió que podía explicar la radiación del espectro del cuerpo negro, pero solo si suponía que la luz emitida estaba compuesta de un gran número de pequeños «paquetes» de energía. Dicho de otra manera, la energía total está cuantizada en unidades de una nueva constante fundamental de la naturaleza, que Planck llamó «cuanto de acción» y que hoy conocemos como constante de Planck.

Lo que la fórmula de Planck implica realmente, aunque él no fuese consciente de ello entonces, es que la luz siempre se emite y se absorbe en paquetes o cuantos. En notación moderna, estos paquetes poseen una energía  $E = \hbar c / \lambda$ , donde  $\lambda$  (lambda) es la longitud de onda de la luz,  $c$  es la velocidad de la luz y  $\hbar$  es la constante de

Planck, que en esta ecuación sirve como factor de conversión entre la longitud de onda y la energía del cuanto correspondiente. Fue Albert Einstein quien propuso, sin demasiada confianza en un principio, la idea de que la cuantización de la energía de la luz emitida se debe a que la propia luz está compuesta de partículas. Lo hizo durante su gran estallido de creatividad en 1905, el *annus mirabilis* que también produjo la teoría de la relatividad especial y la ecuación más famosa de la historia de la ciencia,  $E = mc^2$ . Einstein obtuvo el premio Nobel en Física en 1921 (que, por oscuras razones burocráticas de la organización del Nobel, recibió en 1922) por su trabajo sobre el efecto fotoeléctrico, y no por sus famosas teorías de la relatividad. Einstein propuso que la luz se podía entender como un flujo de partículas (no utilizó entonces la palabra «fotones») y entendió, de un modo correcto, que la energía de cada fotón es inversamente proporcional a su longitud de onda. Esta conjetura de Einstein es el origen de una de las paradojas más famosas de la teoría cuántica: el hecho de que las partículas se comportan como ondas, y viceversa.

Planck quitó los primeros ladrillos de los cimientos de la representación de la luz de Maxwell al demostrar que la energía de la luz emitida por un objeto caliente solo se puede describir si se emite en cuantos. Fue Einstein quien retiró los ladrillos que hicieron que todo el edificio de la física clásica se viniese abajo. Su interpretación del efecto fotoeléctrico obligaba a asumir no solo que la luz se emite en pequeños paquetes, sino también que interactúa con la materia en forma de paquetes localizados. Esto es, que la luz realmente se comporta como un flujo de partículas. La idea de que la luz está compuesta de partículas —es decir, que «el campo electromagnético está cuantizado»— suscitó una gran controversia y tardó varias décadas en aceptarse. La reticencia de los colegas de Einstein a asumir la idea del fotón se puede detectar en la propuesta, coescrita por el propio Planck, para el ingreso de Einstein en la prestigiosa Academia Prusiana en 1913, ocho años después de que este introdujese la idea del fotón:

*En resumen, podría decirse que no hay ninguno de los grandes problemas en que la física moderna es tan rica a cuya resolución Einstein no haya hecho una contribución notable. No se le debería reprochar demasiado que en ocasiones haya errado el blanco con sus especulaciones, como por ejemplo con su hipótesis de los cuantos de luz, ya que no es posible introducir ideas realmente nuevas incluso en la más exacta de las ciencias sin asumir ciertos riesgos.*

En otras palabras, nadie pensaba en realidad que los fotones fueran reales. La creencia más extendida era que Planck pisaba sobre seguro porque su propuesta tenía más que ver con las propiedades de la materia —los pequeños osciladores que emitían la luz— que con la luz en sí. Sencillamente, todo era demasiado raro como para creer que había que sustituir las hermosas ecuaciones ondulatorias de Maxwell por una teoría de partículas.

Mencionamos esta historia en parte para dejar claro que aceptar la teoría cuántica provoca verdaderas dificultades. Es imposible visualizar algo, como un electrón o un fotón, que se comporta un poco como partícula, un poco como onda y otro poco como ninguna de las dos cosas. Einstein nunca llegó a estar del todo convencido al respecto. En 1951, apenas cuatro años antes de su muerte, escribió: «Cincuenta años dándole vueltas y sigo sin tener respuesta para la pregunta de qué son los cuantos de luz».

Sesenta años después, lo que es indiscutible es que la teoría que estamos desarrollando mediante nuestras nubes de relojes describe, con precisión infalible, los resultados de todos y cada uno de los experimentos que se han ideado para ponerla a prueba.

### **§. De vuelta al principio de indeterminación de Heisenberg**

Esta es, pues, la historia de la introducción de la constante de Planck. Pero, en lo que a nosotros respecta, lo más importante es darse cuenta de que esta constante es

una unidad de «acción», lo que significa que es el mismo tipo de magnitud que la cosa que nos dice cuánto han de girar las manecillas de los relojes. Su valor moderno es  $6,6260695729 \times 10^{-34}$  kg m<sup>2</sup>/s, verdaderamente minúsculo a escala macroscópica. Esta es la razón por la que en nuestra vida cotidiana no notamos sus ubicuos efectos.

Recordemos que hemos dicho que la acción correspondiente al salto de una partícula de un lugar a otro era igual a la masa de la partícula multiplicada por el cuadrado de la distancia del salto, todo ello dividido entre el intervalo de tiempo durante el que se produce el salto. Esto se mide en kg m<sup>2</sup>/s, las mismas unidades de la constante de Planck, por lo que si dividimos la acción entre esta constante obtendremos un número puro, sin dimensiones. Según Feynman, este número puro es la cantidad de giro de la manecilla del reloj asociada al salto de una partícula de un lugar a otro. Por ejemplo, si ese número es igual a 1, la manecilla deberá dar una vuelta completa; si es  $\frac{1}{2}$ , tendrá que dar media vuelta, etcétera. En símbolos, la cantidad precisa de giro de la manecilla del reloj para dar cuenta de la posibilidad de que una partícula salte una distancia  $x$  en un tiempo  $t$  es  $mx^2/(2\hbar t)$ . Fijémonos en que ahora aparece en la fórmula un factor  $\frac{1}{2}$ . Podemos entender que es lo que se necesita para que los resultados concuerden con los experimentos o que procede de la definición de la acción.<sup>9</sup> Cualquiera de las dos posibilidades es válida. Ahora que conocemos el valor de la constante de Planck, podemos cuantificar la cantidad de giro de las manecillas y abordar el asunto que antes hemos dejado pendiente, a saber: ¿qué significa realmente saltar una distancia de «10»?

Veamos lo que nos dice nuestra teoría sobre algo pequeño a escala macroscópica, como un grano de arena. La teoría de la mecánica cuántica que hemos desarrollado indica que, si lo colocamos en algún lugar, en un instante posterior podría estar en cualquier lugar del universo. Pero, evidentemente, esto no es lo que sucede con los granos de arena reales. Ya hemos vislumbrado una manera de soslayar este posible problema porque, si existe suficiente interferencia entre los relojes, lo que correspondería a que el grano saltase desde múltiples posiciones iniciales, se





*Figura 4.4. Igual que la figura 4.3, salvo por el hecho de que ahora no nos limitamos a unos valores particulares del tamaño de la nube de relojes o de la distancia al punto X.*

Volvamos a la nube de relojes, que hemos dibujado de nuevo en la figura 4.4, pero en esta ocasión nuestro análisis será más abstracto, en lugar de utilizar números concretos. Supongamos que la nube de relojes tiene una extensión igual a  $\Delta x$ , y que la distancia al punto X desde su extremo más próximo es de  $x$ . En este caso, el tamaño de la nube de relojes,  $\Delta x$ , se refiere a la incertidumbre con la que conocemos la posición inicial de la partícula: sabemos que se encontraba inicialmente en algún lugar de una región de tamaño  $\Delta x$ . Empezando por el punto 1, que es el más cercano a X dentro de la nube inicial de relojes, tendremos que girar la manecilla del reloj correspondiente a un salto desde este punto a X en una cantidad

$$W_1 = \frac{mx^2}{2\hbar t}$$

Vayamos ahora al punto más alejado, el punto 3. Cuando trasladamos el reloj desde aquí hasta X, el giro de su manecilla será algo mayor; esto es

$$W_3 = \frac{m(x + \Delta x)^2}{2\hbar t}$$

Vayamos ahora al punto más alejado, el punto 3. Cuando trasladamos el reloj desde aquí hasta X, el giro de su manecilla será algo mayor; esto es

$$W_3 = \frac{m(x + \Delta x)^3}{2\hbar t}$$

Ahora podemos ser más precisos y exponer la condición para que los relojes propagados desde todos los puntos de la nube inicial no se cancelen mutuamente en X: debe existir menos de una vuelta completa de diferencia entre los relojes procedentes de los puntos 1 y 3, es decir,

$$W_3 - W_1 < \text{una vuelta},$$

lo cual, sustituyendo las expresiones anteriores, equivale a

$$W_3 = \frac{m(x + \Delta x)^3}{2\hbar t} - \frac{mx^2}{2\hbar t} < 1$$

Ahora consideremos el caso específico en el que el tamaño del grupo de relojes,  $\Delta x$ , es mucho menor que la distancia  $x$ . Eso significa que queremos saber cuál es la probabilidad de que nuestra partícula salte lejos de su dominio inicial. En este caso, la condición para que no se produzca la cancelación entre los relojes, derivada directamente de la ecuación anterior, es

$$\frac{m x \Delta x}{\hbar t} < 1$$

Con algunos conocimientos matemáticos, no es difícil obtener este resultado desarrollando el término entre paréntesis y haciendo caso omiso de todos los

términos en los que figure  $(\Delta x)^2$ . Podemos hacerlo porque hemos dicho que  $\Delta x$  es muy pequeño en comparación con  $x$ , y una cantidad pequeña al cuadrado es algo aún más pequeño.

Esta ecuación expresa la condición para que no se produzca la cancelación de los relojes en el punto X. Sabemos que si los relojes no se cancelan en determinado punto, existe una cierta probabilidad de encontrar la partícula ahí. Así pues, hemos descubierto que, si la partícula se encuentra inicialmente en una nube de tamaño  $\Delta x$ , en un instante posterior  $t$  habrá una cierta probabilidad de encontrarla a una gran distancia  $x$  de la nube si la ecuación anterior se satisface. Además, esa distancia aumenta con el tiempo, puesto que en la fórmula estamos dividiendo por el tiempo  $t$ . En otras palabras, cuanto más tiempo transcurre, mayor es la probabilidad de encontrar la partícula lejos de su posición inicial. Esto empieza a parecerse sospechosamente a una partícula en movimiento. Fijémonos asimismo en que la probabilidad de encontrar la partícula a una gran distancia también aumenta cuanto menor es  $\Delta x$ , es decir, cuanto menor es la incertidumbre sobre la posición inicial. En otras palabras, cuanto mayor es la precisión con la que conocemos la posición de la partícula, más rápido se aleja de su posición inicial. Esto se parece mucho al principio de indeterminación de Heisenberg.

Para relacionarlo todo finalmente, reordenemos un poco la ecuación. Tengamos en cuenta que, para que una partícula llegue desde algún lugar en la nube inicial de relojes al punto X en el instante  $t$ , debe saltar una distancia  $x$ . Si midiésemos realmente la partícula en X, llegaríamos naturalmente a la conclusión de que la partícula se había desplazado a una velocidad igual a  $x/t$ . Además, recordemos que la masa de una partícula multiplicada por su velocidad nos da su momento, por lo que la magnitud  $mx/t$  es el momento medido de la partícula. Ahora podemos simplificar la ecuación un poco más, y escribir

$$\frac{p\Delta x}{\hbar} < 1$$

donde  $p$  es el momento. Esta ecuación se puede reordenar así:

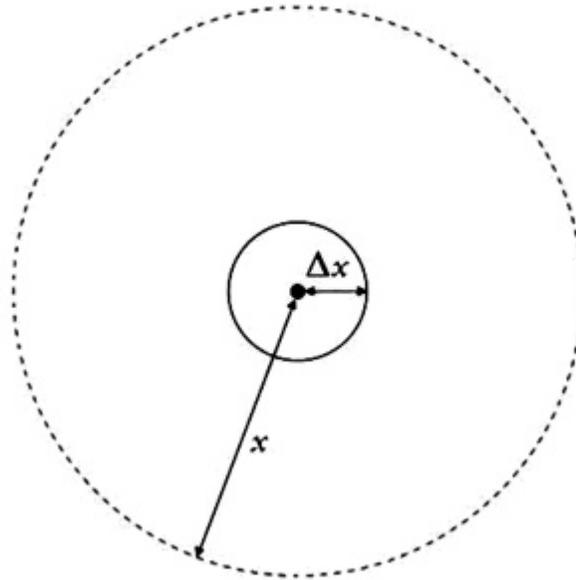
$$p\Delta x < \hbar$$

y tiene la importancia suficiente para que la comentemos, porque se parece mucho al principio de indeterminación de Heisenberg.

Dejemos aquí las matemáticas de momento, y aunque no haya seguido el desarrollo con demasiado detalle, podrá reincorporarse al razonamiento a partir de aquí.

Si partimos de una situación en la que nuestra partícula está localizada en una región de tamaño  $\Delta x$ , acabamos de descubrir que, una vez transcurrido un cierto tiempo, podremos encontrarla en cualquier lugar dentro de una región más amplia  $x$ . La situación se ilustra en la figura 4.5. Para ser más precisos, esto significa que, si hubiésemos tratado de localizar la partícula inicialmente, lo más probable es que la hubiéramos encontrado en la región interior. Si, por el contrario, no la hubiésemos buscado inicialmente y hubiéramos esperado un poco, habría una cierta probabilidad de encontrarla en un instante posterior en cualquier punto de la región más amplia. Esto significa que la partícula podría haberse movido de una posición en la región interna a otra dentro de la región más amplia. No tiene por qué haberse movido, y aún hay una cierta probabilidad de que se encuentre en la región de dimensión  $\Delta x$ . Pero es muy posible que una medición revele que la partícula se ha alejado hasta el borde de la región más grande.<sup>11</sup> Si una medida diese como resultado este caso extremo, llegaríamos a la conclusión de que la partícula se mueve con un momento dado por la ecuación que acabamos de deducir (si no ha seguido el desarrollo matemático, tendrá que confiar en nosotros), esto es,  $p = \hbar/\Delta x$ . Podríamos empezar de nuevo desde el principio y organizarlo todo exactamente igual que antes, para que la partícula se encontrase inicialmente en la región más pequeña, de tamaño  $\Delta x$ . Si midiésemos la partícula, probablemente la encontraríamos en algún lugar del interior de la región más grande, no en su límite

externo, y llegaríamos a la conclusión de que su momento es menor que el valor extremo,  $\hbar/\Delta x$ .



*Figura 4.5. Una pequeña nube crece con el transcurso del tiempo, lo que corresponde a una partícula inicialmente localizada que se deslocaliza con el tiempo.*

Si imaginamos que repetimos este experimento una y otra vez, midiendo el momento de una partícula que se encuentra inicialmente dentro de una pequeña zona de tamaño  $\Delta x$ , normalmente obtendríamos para  $p$  un rango de valores entre cero y  $\hbar/\Delta x$ . Decir que «si realizamos este experimento muchas veces, predigo que obtendremos para el momento valores entre cero y  $\hbar/\Delta x$ » equivale a decir que «el momento de la partícula posee una indeterminación de  $\hbar/\Delta x$ ». Como con la indeterminación en la posición, los físicos le asignan el símbolo  $\Delta p$  a esta indeterminación, y escriben  $\Delta p \Delta x \sim \hbar$ . El símbolo « $\sim$ » indica que el producto de las indeterminaciones en la posición y en el momento es aproximadamente igual a la constante de Planck (podría ser algo mayor, o algo menor). Si hiciésemos los cálculos con un poco más de precisión, podríamos obtener la ecuación exactamente correcta. El resultado dependería de los detalles de la nube inicial de relojes, pero

no merece la pena dedicar más tiempo y esfuerzo a hacerlo, porque esto es suficiente para recoger las ideas fundamentales.

La afirmación de que la indeterminación en la posición de una partícula, multiplicada por la indeterminación en su momento, es (aproximadamente) igual a la constante de Planck es quizá la forma más habitual de expresar el principio de indeterminación de Heisenberg. Lo que nos dice es que, sabiendo que la partícula está localizada en cierta región en un instante inicial, una medición de su posición en algún instante posterior revelará que la partícula se mueve con un momento cuyo valor no se puede predecir con mayor precisión que «algo entre cero y  $\hbar/\Delta x$ ». Es decir, si empezamos confinando la partícula en una pequeña región, tiende a saltar cada vez más lejos de dicha región inicial. Esto es algo tan importante que conviene insistir en ello una tercera vez: cuanta mayor es la precisión con la que conocemos la posición de una partícula en un determinado instante, menos sabremos sobre la velocidad con la que se mueve y, por lo tanto, sobre dónde se encontrará en un algún instante posterior.

Esta es exactamente la formulación de Heisenberg de su principio de indeterminación. Constituye el núcleo de la teoría cuántica, pero debe quedar muy claro que en sí misma no es una afirmación nada imprecisa. Es una afirmación sobre nuestra incapacidad de seguir el movimiento de las partículas con precisión, y no hay más espacio para la magia cuántica que el que existe para la magia newtoniana. Lo que hemos hecho a lo largo de las últimas páginas ha sido deducir el principio de indeterminación de Heisenberg a partir de las reglas fundamentales de la física cuántica, plasmadas en las reglas sobre el giro y el tamaño de las manecillas de los relojes, y sobre su suma. De hecho, su origen radica en nuestra proposición de que una partícula puede encontrarse en cualquier lugar del universo un instante después de que hayamos medido su posición. La orgía de interferencia cuántica ha introducido cierta moderación en nuestra extravagante propuesta inicial de que la partícula puede estar en cualquier sitio del universo, y el principio de indeterminación es en cierto sentido todo lo que queda de la anarquía inicial.

Antes de seguir adelante, tenemos que decir algo muy importante respecto a la manera de interpretar el principio de indeterminación. No debemos cometer el error de pensar que la partícula se encuentra realmente en un solo lugar determinado y que la dispersión inicial de los relojes refleja en realidad alguna limitación de nuestro conocimiento. Si pensásemos así, no habríamos podido obtener correctamente el principio de indeterminación, porque no reconoceríamos que debemos tomar los relojes de todos y cada uno de los puntos de la nube inicial, trasladarlos al lejano punto X y después sumarlos todos. Ha sido el hecho de hacer esto lo que nos ha permitido llegar a nuestro resultado. Es decir, hemos tenido que suponer que la partícula llega a X a través de una superposición de muchos recorridos posibles. Más adelante aplicaremos el principio de Heisenberg a varios ejemplos del mundo real. De momento resulta satisfactorio saber que hemos deducido uno de los resultados fundamentales de la teoría cuántica usando nada más que manipulaciones simples de relojes imaginarios.

Para hacernos una mejor idea de lo que significan, introduzcamos algunos números en las ecuaciones. ¿Cuánto tiempo tendremos que esperar para que haya una probabilidad razonable de que un grano de arena salte fuera de una caja de cerillas? Supongamos que los lados de dicha caja miden 3 centímetros y que el grano de arena pesa 1 microgramo. Recordemos que la condición para que exista una cierta probabilidad de que el grano salte una determinada distancia viene dada por

$$\frac{mx\Delta x}{\hbar} < 1$$

donde  $\Delta x$  es el tamaño de la caja de cerillas. Calculemos cuál ha de ser el valor de  $t$  si queremos que el grano salte a una distancia de  $x = 4$  cm, que excedería cómodamente el tamaño de la caja. Con una sencilla operación algebraica, tenemos

$$t > \frac{m\Delta x}{\hbar}$$

que, si introducimos los números, nos dice que  $t$  debe ser mayor que aproximadamente  $10^{21}$  segundos. Lo cual equivale a unos  $6 \times 10^{13}$  años, que es más de mil veces la edad del universo. Así que es probable que no suceda. La mecánica cuántica es rara, pero no tanto como para permitir que un grano de arena salte sin más fuera de una caja de cerillas.

Para cerrar el capítulo y lanzarnos hacia el siguiente, haremos una última observación. Nuestra deducción del principio de indeterminación se ha basado en la configuración de relojes reflejada en la figura 4.4. En particular, hemos organizado la nube inicial de relojes de tal manera que todos ellos tienen las manecillas del mismo tamaño y marcan la misma hora. Esta disposición corresponde a una partícula inicialmente en reposo dentro de cierta región del espacio (un grano de arena en una caja de cerillas, por ejemplo). Aunque hemos descubierto que lo más probable era que la partícula no permaneciese en reposo, también hemos descubierto que para objetos grandes (y un grano de arena es de hecho muy grande a escala cuántica) este movimiento es completamente indetectable. De manera que en nuestra teoría hay cierto movimiento, pero es imperceptible para objetos lo suficientemente grandes. Obviamente, no estamos teniendo en cuenta algo muy importante, porque lo cierto es que las cosas grandes sí se mueven de un sitio a otro y, recordémoslo, la teoría cuántica es una teoría de todas las cosas, grandes y pequeñas. A continuación, abordaremos este problema: ¿cómo podemos explicar el movimiento?

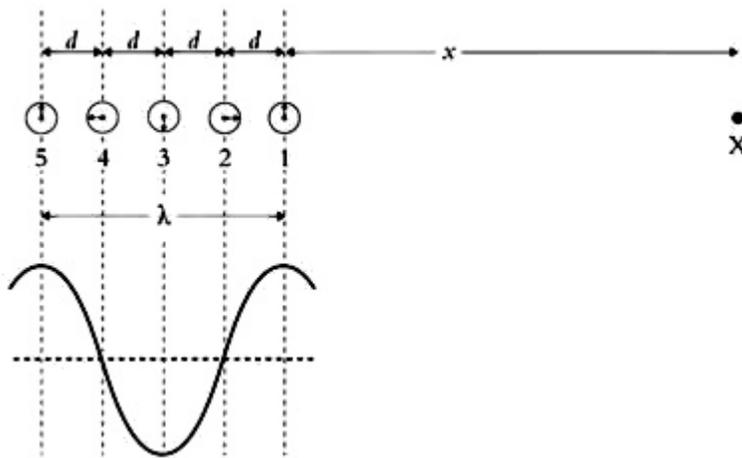
## Capítulo 5

### El movimiento como una ilusión

#### Contenido:

##### §. Paquetes de ondas

En el capítulo anterior hemos deducido el principio de indeterminación de Heisenberg partiendo de una disposición particular de relojes (un pequeño grupo, todos con las manecillas del mismo tamaño y señalando en la misma dirección).



*Figura 5.1. La nube inicial (ilustrada mediante los relojes marcados del 1 al 5) está formada por relojes que marcan distintas horas; cada uno de ellos dista tres horas de sus vecinos. La parte inferior de la figura ilustra cómo varía la hora que señalan los relojes a lo largo del grupo.*

Hemos descubierto que esto representa una partícula aproximadamente estacionaria, aunque las reglas cuánticas implican que se agita un poco. Ahora dispondremos una configuración inicial distinta: queremos describir una partícula en movimiento. En la figura 5.1 hemos dibujado una nueva configuración de los relojes. De nuevo se trata de una nube de relojes que corresponden a una partícula situada inicialmente en las proximidades de los relojes. El reloj en la posición 1

marca las 12 en punto, como antes, pero el resto de los relojes marcan distintas horas posteriores. Esta vez hemos dibujado cinco relojes, simplemente porque esto nos ayudará a hacer que el razonamiento sea más transparente, aunque, como antes, debemos imaginar que hay más relojes en todos los puntos intermedios. Como hemos hecho antes, apliquemos la regla cuántica y traslademos estos relojes al punto X, muy alejado de la nube inicial, para describir una vez más las muchas maneras en que una partícula puede saltar desde la nube inicial a X.

Siguiendo un procedimiento que esperamos que se esté convirtiendo en una rutina, tomemos el reloj del punto 1 y propaguémoslo al punto X, haciendo girar su manecilla en un ángulo dado por

$$W_1 = \frac{mx^2}{2\hbar t}$$

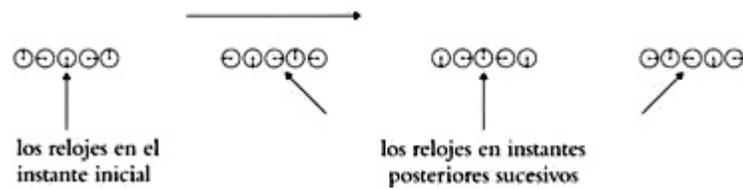
Ahora hagamos lo propio con el reloj del punto 2. Está un poco más alejado, digamos que a una distancia  $d$ , por lo que su manecilla tendrá que girar un poco más

$$W_2 = \frac{m(x + d)^2}{2\hbar t}$$

Esto es exactamente lo que hemos hecho en el capítulo anterior, pero quizá ya pueda ver que esta nueva configuración inicial de los relojes hará que suceda algo distinto. Hemos organizado las cosas de manera que el reloj 2 marcaba tres horas más tarde que el reloj 1, de las 12 a las 3 en punto. Pero, al llevar el reloj 2 al punto X, hemos tenido que girar su manecilla en sentido antihorario un poco más que la del reloj 1, debido a la distancia adicional  $d$  que tiene que recorrer. Si disponemos las cosas de forma que la diferencia positiva inicial entre la hora del reloj 2 y la del 1 es exactamente igual a la diferencia negativa que se produce entre ambos al

trasladarlos a X, llegarán a este punto marcando exactamente la misma hora. Esto quiere decir que, lejos de cancelarse, ambas manecillas se sumarán para dar lugar a un reloj más grande, lo que a su vez significa que habrá una gran probabilidad de encontrar la partícula en X. Esta situación es completamente distinta de la orgía de interferencia que se producía cuando partíamos de una configuración en la que todos los relojes marcaban la misma hora. Centrémonos ahora en el reloj 3, que marca seis horas más que el reloj 1. Tiene que recorrer una distancia adicional de  $2d$  para llegar al punto X y, de nuevo, debido a la diferencia horaria inicial, llegará a X marcando las 12 en punto. Si disponemos todas las diferencias horarias de la misma manera, esto sucederá con todos los relojes de la nube inicial, y todos ellos se sumarán constructivamente en el punto X.

Esto implica que habrá una elevada probabilidad de que la partícula se encuentre en el punto X en un instante posterior. Es evidente que el punto X es especial, porque es ahí donde todos los relojes de la nube inicial se ponen de acuerdo para marcar la misma hora. Pero no es el único punto especial: todos aquellos situados a la izquierda de X a una distancia igual a la extensión de la nube inicial comparten la misma propiedad de que los relojes se suman de forma constructiva. Para verlo, fijémonos en que podemos tomar el reloj 2 y trasladarlo a un punto a una distancia  $d$  a la izquierda de X, lo cual correspondería a desplazarlo una distancia  $x$ , exactamente la misma en que hemos movido el reloj 1 cuando lo hemos llevado hasta X. A continuación, podríamos trasladar el reloj 3 a este nuevo punto, situado a una distancia  $x + d$ , que es exactamente la misma en la que hemos desplazado el reloj 2. Estos dos relojes deberían entonces marcar la misma hora (y por tanto sumarse) en dicho punto. Podemos hacer lo propio para todos los relojes de la nube inicial, pero solo hasta que alcancemos una distancia a la izquierda de X igual a la extensión de la nube inicial. Fuera de esta región especial, los relojes prácticamente se cancelan entre sí, porque ya no están protegidos de la orgía de interferencia cuántica habitual.<sup>12</sup> La interpretación es clara: la nube de relojes se mueve, tal y como ilustra la figura 5.2.



*Figura 5.2. La nube de relojes se desplaza hacia la derecha a una velocidad constante. Esto sucede porque la disposición inicial de las horas de los relojes es la que se describe en el texto.*

Este es un resultado fascinante. Al organizar la nube inicial de manera que los relojes marquen horas distintas, en lugar de hacer que todos estén sincronizados, hemos llegado a la descripción de una partícula en movimiento. Curiosamente, también podemos establecer una relación muy importante entre los relojes que marcan horas distintas y el comportamiento de las ondas.

Recordemos que hemos introducido los relojes en el capítulo 2 para tratar de explicar el comportamiento ondulatorio de las partículas en el experimento de la doble rendija. Echemos un nuevo vistazo a la figura 3.3, donde esbozamos una disposición de relojes que describen una onda. Es exactamente como la de nuestra nube de relojes en movimiento. Hemos dibujado la onda correspondiente debajo de la nube de relojes en la figura 5.1, utilizando exactamente la misma metodología que antes: las 12 en punto representan el pico de la onda; las 6 señalan el valle; y las 3 y las 9 en punto marcan los lugares donde la altura de la onda es cero.

Como podríamos haber supuesto, parece que la representación de una partícula en movimiento tiene alguna relación con una onda. La onda posee una longitud de onda, y esto corresponde a la distancia entre relojes que marcan la misma hora en la nube de relojes. También lo hemos dibujado en la figura, marcándolo con  $\lambda$ .

Ahora podemos calcular a qué distancia del grupo de relojes debe estar el punto X para que los relojes adyacentes se sumen constructivamente. Esto nos conducirá a otro resultado muy importante de la mecánica cuántica, y hará que sea mucho más

evidente la conexión entre las partículas cuánticas y las ondas. Volvamos a las matemáticas.

Primero, tenemos que escribir la cantidad adicional de giro de la manecilla del reloj 2 respecto al 1, debida a la distancia adicional que debe recorrer para llegar al punto X. Utilizando los resultados del inicio de este capítulo, esto es,

$$W_2 - W_1 = \frac{m(x+d)^2 - mx^2}{2\hbar t} \simeq \frac{mxd}{\hbar t}$$

De nuevo se puede llegar a este resultado simplemente desarrollando los paréntesis y haciendo caso omiso de los términos en  $d^2$  porque  $d$ , la distancia entre los relojes, es muy pequeña en comparación con  $x$ , la distancia al punto X, que está muy alejado de la nube de relojes iniciales.

También es fácil escribir la regla para que los relojes marquen la misma hora: queremos que la cantidad de giro adicional en sentido antihorario debida a la propagación del reloj 2 se cancele exactamente con el adelanto que le hemos dado inicialmente. En el ejemplo que se muestra en la figura 5.1, el giro adicional para el reloj 2 es  $\frac{1}{4}$ , porque hemos adelantado el reloj en un cuarto de vuelta. Análogamente, el reloj 3 tiene un giro adicional de  $\frac{1}{2}$ , porque lo hemos adelantado media vuelta. En símbolos, podemos expresar la fracción de vuelta completa entre dos relojes como  $d/\lambda$ , donde  $d$  es la distancia entre los relojes y  $\lambda$  es la longitud de onda. Si no consigue verlo, piense en el caso en el que la distancia entre dos relojes es igual a la longitud de onda. Entonces,  $d = \lambda$  y, por lo tanto,  $d/\lambda = 1$ , que es una vuelta completa, de manera que ambos relojes marcarán la misma hora.

Combinando todo lo anterior, podemos decir que para que dos relojes adyacentes marquen la misma hora en el punto X, necesitamos que el desfase horario que hemos introducido en el reloj inicial se compense con el giro adicional en sentido antihorario debido a la diferencia en la distancia de propagación:

$$\frac{mxd}{\hbar t} = \frac{d}{\lambda}$$

Podemos simplificarlo, como ya hemos hecho antes, teniendo en cuenta que  $mx/t$  es el momento de la partícula,  $p$ . Así, reordenando un poco lo anterior, tenemos

$$p = \frac{\hbar}{\lambda}$$

Este resultado tiene la suficiente importancia como para merecer un nombre propio: se conoce como la ecuación de De Broglie, porque fue el físico francés Louis de Broglie quien la propuso en septiembre de 1923. Es importante porque relaciona una longitud de onda con una partícula de momento conocido. Es decir, expresa una relación profunda entre una propiedad que se suele asociar a las partículas (el momento) y otra normalmente propia de las ondas (la longitud de onda). De esta manera, la dualidad onda-partícula de la mecánica cuántica surge de nuestros manejos con relojes.

La ecuación de De Broglie supuso un gran salto conceptual. En su artículo original, escribió que a todas las partículas, incluidos los electrones, se les debía asignar «una onda ficticia», y que un flujo de electrones que atravesase una rendija «debería manifestar fenómenos de difracción».<sup>13</sup> En 1923, esto era una especulación teórica, porque Davisson y Germer no observaron un patrón de interferencia utilizando haces de electrones hasta 1927. Aproximadamente en las mismas fechas, Einstein hizo una propuesta similar a la de De Broglie utilizando otro razonamiento, y estos dos resultados teóricos fueron los catalizadores para que Schrödinger desarrollase su mecánica ondulatoria. En el último artículo antes de publicar su ecuación epónima, Schrödinger escribió: «No significa otra cosa que tomarse en serio la teoría ondulatoria de De Broglie-Einstein de las partículas en movimiento».

Podemos entender un poco mejor la ecuación de De Broglie si observamos lo que sucede cuando reducimos la longitud de onda, lo que correspondería a aumentar la cantidad de giro de las manecillas entre relojes adyacentes, o, lo que es lo mismo, a reducir la distancia entre relojes que marcan la misma hora. Esto significa que entonces tendríamos que aumentar la distancia  $x$  para compensar por la reducción en  $\lambda$ . Es decir, el punto X debe estar más alejado para compensar el desfase horario adicional. Esto representa una partícula que se mueve más rápido: una menor longitud de onda corresponde a un momento mayor, que es exactamente lo que dice la ecuación de De Broglie. Es estupendo que hayamos conseguido «deducir» el movimiento ordinario (porque la nube de relojes se mueve continuamente en el tiempo) partiendo de una nube estática de relojes.

### §. Paquetes de ondas

Ahora nos gustaría retomar un asunto importante que antes hemos visto de pasada. Hemos dicho que la nube inicial se desplaza en su totalidad a las proximidades del punto X, pero que solo mantiene su configuración original aproximadamente. ¿Qué queremos decir con esta afirmación tan imprecisa? La respuesta nos llevará de vuelta al principio de indeterminación y nos permitirá profundizar en nuestra comprensión.

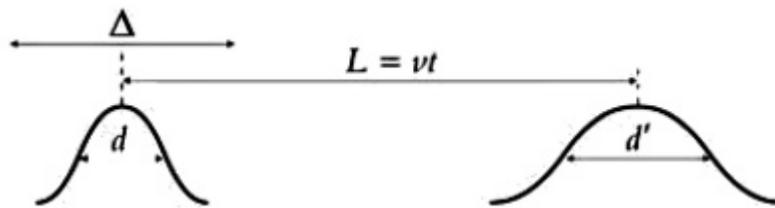
Hemos estado describiendo lo que sucede con una nube de relojes, que representa una partícula localizada en una pequeña región del espacio. Esa es la región que representan los cinco relojes de la figura 5.1. Una nube como esta se denomina paquete de ondas. Pero ya hemos visto que confinar una partícula en una determinada región del espacio tiene consecuencias. No podemos evitar que una partícula localizada sienta el impulso de Heisenberg (es decir, que su momento sea indeterminado porque está localizada) y, con el transcurso del tiempo, esto llevará a que la partícula «se fugue» de la región en la que estaba inicialmente localizada. Este efecto se da en el caso de que todos los relojes marquen la misma hora, y también en el de una nube en movimiento, y tiende a hacer que el paquete de ondas

se esparza al desplazarse, igual que una partícula estacionaria se desperdiga con el tiempo.

Si esperamos el tiempo suficiente, el paquete de ondas correspondiente a la nube de relojes en movimiento se habrá desintegrado por completo y perderemos la capacidad de predecir dónde se encuentra realmente la partícula. Obviamente, esto tendrá consecuencias para cualquier intento que pudiésemos hacer de medir la velocidad de la partícula. Veamos cómo sucede.

Una buena manera de medir la velocidad de una partícula consiste en tomar dos medidas de su posición en dos momentos distintos. Podemos entonces deducir la velocidad dividiendo la distancia que la partícula ha recorrido entre el tiempo transcurrido entre ambas medidas. No obstante, teniendo en cuenta lo que acabamos de decir, hacer esto parece peligroso porque, si tomamos una medida de la posición de una partícula con demasiada precisión, corremos el riesgo de aplastar su paquete de ondas, lo cual alteraría su movimiento posterior. Si no queremos darle a la partícula un importante impulso de Heisenberg (es decir, un momento significativo porque hacemos que  $\Delta x$  sea demasiado pequeño), debemos cerciorarnos de que nuestra medida de la posición es lo suficientemente imprecisa. Por supuesto, «imprecisa» es un término impreciso, así que trataremos de que no lo sea tanto. Si utilizamos un dispositivo para la detección de partículas que sea capaz de detectarlas con una precisión de 1 micrómetro y nuestro paquete de ondas tiene una extensión de 1 nanómetro, el aparato no tendrá mucho impacto sobre la partícula. Puede que un experimentalista que observe la lectura del detector esté satisfecho con una resolución de 1 micra pero, desde el punto de vista del electrón, lo único que ha hecho el aparato es informarle al experimentalista de que la partícula se encuentra en el interior de una caja enorme, mil veces más grande que el paquete de ondas en sí. En este caso, el impulso de Heisenberg inducido por el proceso de medición será muy pequeño en comparación con el debido al tamaño finito del propio paquete de ondas. Eso es lo que queremos decir con «suficientemente imprecisa».

Hemos esbozado la situación en la figura 5.3, donde  $d$  es la anchura inicial del paquete de ondas y  $\Delta$  es la resolución del detector. También hemos dibujado el paquete de ondas en un instante posterior: su anchura,  $d'$ , es algo mayor que  $d$ . El pico del paquete de ondas ha recorrido una distancia  $L$  en un intervalo de tiempo  $t$  a una velocidad  $v$ . Le pedimos disculpas si esta floritura de formalidad le trae recuerdos de sus días de colegio, sentado tras un pupitre de madera sucio y desgastado escuchando cómo la voz del profesor de ciencia se desvanece en la penumbra de una tarde de invierno mientras usted se deja vencer por una inoportuna cabezada. Sin embargo, hay un buen motivo para que nos estemos manchando los dedos con el polvo de la tiza: nuestra confianza en que la sacudida que recibirá con la conclusión de esta sección le devuelva la consciencia de una manera mucho más efectiva que los borradores que le lanzaban en su juventud.



*Figura 5.3. Un paquete de ondas en dos instantes distintos. El paquete se desplaza hacia la derecha y se desdibuja a medida que el tiempo avanza. Se mueve porque los relojes que lo componen señalan horas distintas entre sí (De Broglie) y se desdibuja debido al principio de indeterminación. La forma del paquete no es muy importante pero, por completitud, deberíamos decir que allí donde el paquete es grande, los relojes son grandes, y donde es pequeño estos son pequeños.*

De vuelta en el metafórico laboratorio, con renovados bríos, tratamos de medir la velocidad  $v$  del paquete de ondas tomando dos medidas de su posición en dos instantes distintos. Esto nos dará la distancia  $L$  que el paquete ha recorrido en un tiempo  $t$ . Pero nuestro detector tiene una resolución  $\Delta$ , por lo que no podremos

obtener un valor exacto de  $L$ . En símbolos, podemos decir que la velocidad medida es

$$v = \frac{L \pm \Delta}{t}$$

donde el signo «más menos» aparece simplemente para recordarnos que, si tomamos dos medidas de la posición, en general no obtendremos siempre  $L$ , sino « $L$  más un poco» o « $L$  menos un poco», donde ese «poco» se debe al hecho de que aceptamos que no realizaremos una medición muy precisa de la posición. Es importante tener en cuenta que  $L$  no es algo que podamos realmente medir: siempre medimos algún valor en el rango  $L \pm \Delta$ . Recordemos también que necesitamos que  $\Delta$  sea mucho mayor que el tamaño del paquete de ondas, pues de lo contrario aplastaremos la partícula y eso la perturbaría.

Reescribamos la última ecuación muy ligeramente para ver mejor lo que sucede:

$$v = \frac{L}{t} \pm \frac{\Delta}{t}$$

Parece que, si hacemos que  $t$  sea muy grande, obtendremos una medida de la velocidad  $v = L/t$  con una dispersión muy pequeña, porque podemos decidir esperar mucho tiempo, hacer que  $t$  sea todo lo grande que deseemos y, por lo tanto,  $\Delta/t$  tan pequeño como queramos, mientras dejamos que  $\Delta$  sea lo grande que necesitamos. Así pues, tenemos una buena manera de obtener una medida tan precisa como queramos de la velocidad de la partícula sin perturbarla en absoluto: basta con esperar un tiempo suficiente entre la primera y la segunda medida. Intuitivamente, esto tiene todo el sentido del mundo. Imaginemos que medimos la velocidad de un coche que circula por una carretera. Si medimos cuánta distancia ha recorrido en un

minuto, obtendremos una medida mucho más precisa de su velocidad que si solo observamos lo que ha recorrido en un segundo. ¿Nos hemos librado de Heisenberg? Por supuesto que no. Hemos olvidado tener en cuenta una cosa. La partícula está descrita por un paquete de ondas que se desperdiga a medida que pasa el tiempo. Si transcurre un intervalo suficientemente largo, este fenómeno deshará por completo el paquete de ondas, lo que significa que la partícula podría estar en cualquier lugar. Esto ampliará el rango de valores que obtenemos al medir  $L$  y dará al traste con nuestra capacidad de realizar una medición de la velocidad con una precisión ilimitada.

Si una partícula está descrita por un paquete de ondas, siempre estamos limitados por el principio de indeterminación. Puesto que la partícula está inicialmente confinada en una región de tamaño  $d$ , Heisenberg nos informa de que la indeterminación correspondiente a su momento es igual a  $\hbar/d$ .

Por lo tanto, solo tenemos una manera de configurar una disposición de relojes para que representen una partícula que se desplaza con momento definido: debemos hacer que  $d$ , el tamaño del paquete de ondas, sea muy grande. Y cuanto más grande sea, menor será la indeterminación de su momento. La lección es evidente: una partícula de momento bien definido está descrita por una gran nube de relojes.<sup>14</sup> Para ser más precisos, una partícula cuyo momento esté absolutamente definido estará descrita por una nube infinitamente extensa de relojes, lo que equivale a un paquete de ondas de longitud infinita.

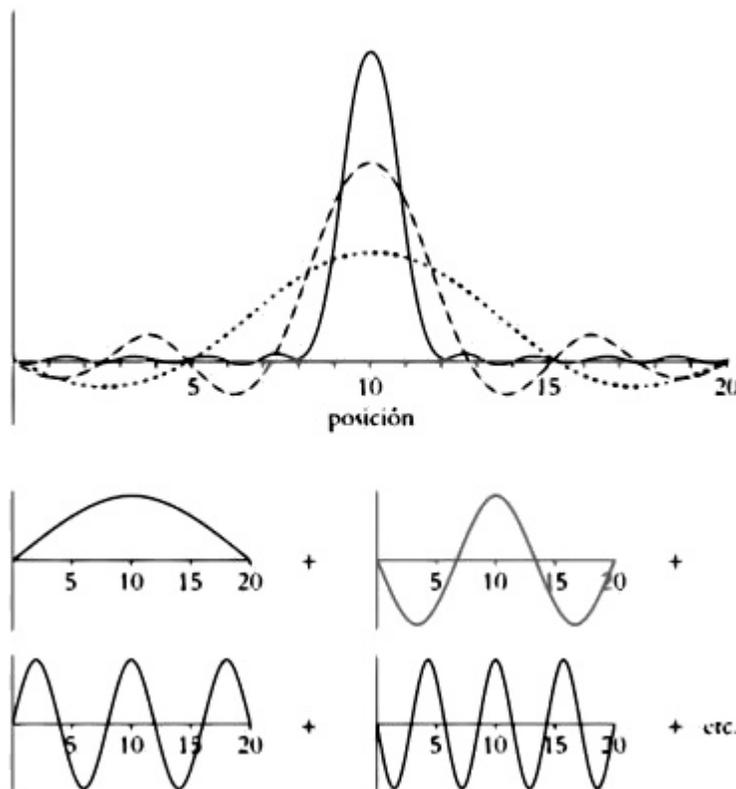
Acabamos de argumentar que un paquete de ondas de tamaño finito no corresponde a una partícula con momento definido. Esto significa que, si midiésemos el momento de una gran cantidad de partículas, todas ellas descritas exactamente por el mismo paquete de ondas inicial, no obtendríamos el mismo resultado en todos los casos, sino que tendríamos una dispersión de respuestas. Y, por muy brillantes que seamos como físicos experimentalistas, no podríamos hacer que esa dispersión fuese menor que  $\hbar/d$ .

Así pues, podemos afirmar que un paquete de ondas describe una partícula que se mueve con un rango de momentos. Pero la ecuación de De Broglie implica que podemos sustituir la expresión «longitudes de onda» por «momentos» en la frase anterior, porque el momento de una partícula está asociado a una onda de longitud de onda bien definida. Lo cual a su vez significa que un paquete de ondas debe estar compuesto por muchas longitudes de onda diferentes. Del mismo modo, si una partícula está descrita por una onda con longitud de onda definida, esa onda debe necesariamente ser infinitamente larga. Parece como si nos viésemos forzados a llegar a la conclusión de que un pequeño paquete de ondas está compuesto por muchas ondas infinitamente largas de distintas longitudes de onda. Se nos arrastra de hecho por ese camino, y lo que estamos describiendo es algo que los matemáticos, físicos e ingenieros conocen bien. Se trata de un área de las matemáticas conocida como «análisis de Fourier», en honor del físico matemático francés Joseph Fourier.

Fourier fue un hombre notable. Entre sus muchos y destacados logros, fue el gobernador de Napoleón para el Bajo Egipto y el descubridor del efecto invernadero. Al parecer, le gustaba envolverse en mantas, lo que le llevó a una muerte extemporánea un día de 1830 cuando, firmemente enrollado, cayó por las escaleras de su casa. Su artículo fundamental sobre el análisis de Fourier abordaba el asunto de la transferencia de calor en los sólidos y se publicó en 1807, aunque la idea básica tiene un origen bastante anterior.

Fourier demostró que cualquier onda, por complejas que sean su forma y amplitud, se puede sintetizar como suma de un número de ondas sinusoidales de distintas longitudes de onda. Es más fácil entender la idea mediante imágenes. En la figura 5.4 la curva de puntos se crea al sumar las dos primeras ondas sinusoidales de los gráficos inferiores. Casi podemos hacer la adición mentalmente: las dos ondas alcanzan su altura máxima en el centro, por lo que en esa zona se suman, mientras que tienden a cancelarse en los extremos. La curva discontinua representa lo que sucede si sumamos las cuatro curvas que figuran en los gráficos inferiores: ahora el

pico central es más pronunciado. Por último, la curva continua ilustra la situación cuando sumamos las primeras diez ondas (esto es, las cuatro que se representan más otras seis de longitud de onda gradualmente menor). Cuantas más ondas se añadan, mayor será el detalle de la onda final. El paquete de ondas del gráfico superior, como el que se ilustra en la figura 5.3, podría describir una partícula localizada. Así es como se puede sintetizar una onda sea cual sea su forma, mediante la adición de ondas sinusoidales sencillas.



*Figura 5.4. Gráfico superior: Suma de varias ondas sinusoidales para sintetizar un paquete de ondas con un pico destacado. La curva de puntos contiene menos ondas que la discontinua, que a su vez incluye menos que la curva continua. Gráficos inferiores: las primeras cuatro ondas utilizadas para crear los paquetes de ondas del gráfico superior.*

La ecuación de De Broglie nos dice que cada una de las ondas en los gráficos inferiores de la figura 5.4 corresponde a una partícula con momento definido, y que este momento aumenta a medida que la longitud de onda disminuye. Estamos empezando a ver por qué, si la partícula está descrita por una nube de relojes localizados, debe necesariamente estar compuesta por un rango de momentos.

Para ser más explícitos, supongamos que una partícula está descrita por la nube de relojes representada por la curva continua en el gráfico superior de la figura 5.4.<sup>15</sup>

Acabamos de aprender que esta partícula también se puede describir mediante una serie de nubes de relojes mucho más extensas: la primera onda en los gráficos inferiores, más la segunda, la tercera, etcétera. Según esta manera de pensar, hay varios relojes en cada punto (uno por cada nube extensa), que debemos sumar entre sí para producir la única nube de relojes representada en el gráfico superior de la figura 5.4. La elección de cómo pensar sobre la partícula en realidad nos corresponde a nosotros. Podemos suponer que está descrita por un reloj en cada punto, en cuyo caso el tamaño del reloj inmediatamente nos permite saber dónde es más probable encontrarla (por ejemplo, en las proximidades del pico en el gráfico superior de la figura 5.4). O bien podemos pensar que está descrita mediante una serie de relojes en cada punto, uno por cada posible valor del momento de la partícula. Esto nos recuerda que la partícula localizada en una pequeña región no posee un momento definido. La imposibilidad de construir un paquete de ondas compacto a partir de una sola longitud de onda es una característica evidente de las matemáticas de Fourier.

Esta forma de pensar nos ofrece una nueva perspectiva sobre el principio de indeterminación de Heisenberg. Nos dice que no podemos describir una partícula en función de una nube localizada de relojes si estos corresponden a ondas de una única longitud de onda. En cambio, para conseguir que los relojes se cancelen fuera de la región de la nube, debemos necesariamente combinar distintas longitudes de onda y, por lo tanto, diferentes momentos. Así pues, el precio que pagamos por localizar la partícula en alguna región del espacio consiste en reconocer que no

sabemos cuál es su momento. Además, cuanto más restringimos la partícula, más ondas necesitamos incorporar y peor conocemos su momento. En esto consiste exactamente el contenido del principio de indeterminación, y resulta muy satisfactorio haber encontrado una manera distinta de llegar a la misma conclusión.<sup>16</sup>

Para finalizar este capítulo, queremos dedicarle un poco más de tiempo a Fourier. Hay una manera muy potente de representar la teoría cuántica que está íntimamente relacionada con las ideas que acabamos de discutir. Lo importante es que cualquier partícula cuántica, con independencia de lo que haga, está descrita por una función de onda. Tal y como la hemos presentado hasta ahora, la función de onda consiste simplemente en una serie de pequeños relojes, uno por cada punto en el espacio, y el tamaño de cada reloj determina la probabilidad de encontrar la partícula en ese punto. Esta manera de representar una partícula se conoce como «función de onda en el espacio de posiciones», porque trata directamente con las posibles posiciones de la partícula. Pero hay muchas formas de representar matemáticamente la función de onda, y los pequeños relojes de la versión espacial son solo una de ellas. También hemos mencionado este detalle cuando hemos dicho que es posible pensar que la partícula está representada por una suma de ondas sinusoidales. Si nos paramos un momento a pensarlo, deberíamos darnos cuenta de que especificar toda la lista de dichas ondas permite obtener una descripción completa de la partícula (porque al sumar esas ondas podemos obtener los relojes asociados con la función de onda en la representación espacial). Dicho de otro modo, si especificamos exactamente qué ondas sinusoidales se necesitan para construir un paquete de ondas, y exactamente cuánto de cada onda se necesita añadir para obtener la forma precisa, tendremos una descripción del paquete de ondas diferente pero completamente equivalente. Lo bueno es que cualquier onda sinusoidal puede también describirse mediante un único reloj imaginario: el tamaño del reloj codifica la altura máxima de la onda y su fase en algún punto se puede representar mediante la hora que marca el reloj. Esto significa que podemos optar por representar una

partícula no mediante relojes en el espacio sino a través de una nube alternativa de relojes, uno por cada valor posible del momento de la partícula. Esta descripción es tan económica como la de los «relojes en el espacio» y, en lugar de hacer explícito dónde es probable que se encuentre la partícula, lo que estamos expresando explícitamente son los valores del momento que es probable que tenga la partícula. Esta nube alternativa es la función de onda en el espacio de momentos y contiene exactamente la misma información que la correspondiente al espacio de posiciones.<sup>17</sup>

Puede que esto parezca muy abstracto, pero es muy probable que usted utilice a diario tecnologías basadas en las ideas de Fourier, porque la descomposición de una onda en sus componentes sinusoidales es la base de la tecnología de compresión de audio y vídeo. Pensemos en las ondas sonoras que componen nuestra canción favorita. Esta onda compleja puede, como acabamos de aprender, descomponerse en una serie de números que nos dan las contribuciones relativas de cada una de un gran conjunto de ondas sinusoidales puras al sonido. Resulta que, aunque podríamos necesitar una cantidad enorme de ondas sinusoidales distintas para reproducir exactamente la onda sonora original, en la práctica podemos descartar muchas de ellas sin una pérdida apreciable de calidad. En particular, no se conservan las ondas sinusoidales que contribuyen a ondas sonoras que los humanos somos incapaces de oír. Esto permite reducir en gran medida la cantidad de datos necesarios para almacenar un fichero de audio, lo que a su vez hace posible que nuestros reproductores de mp3 no sean muy grandes.

También podríamos preguntarnos qué utilidad podría tener esta versión distinta e incluso más abstracta de la función de onda. Pensemos en una partícula representada, en el espacio de posiciones, por un único reloj. Esto describe una partícula situada en un lugar determinado del universo: el único punto donde se encuentra el reloj. Pensemos ahora en una partícula representada también por un único reloj, pero en este caso en el espacio de momentos. Esto representa una partícula con un momento único y definido. En cambio, describir una partícula

como ésta utilizando la función de onda en el espacio de posiciones requeriría una nube infinita de relojes del mismo tamaño, ya que, según el principio de indeterminación, una partícula con momento definido se puede encontrar en cualquier lugar. En consecuencia, a veces es más fácil realizar los cálculos usando directamente la función de onda en el espacio de momentos.

En este capítulo hemos aprendido que la descripción de una partícula a través de la analogía de los relojes es capaz de representar lo que normalmente llamamos «movimiento». Hemos aprendido que nuestra percepción de que los objetos se desplazan continuamente de un punto a otro es, desde el punto de vista de la teoría cuántica, una ilusión. Se aproxima más a la verdad suponer que las partículas se mueven de A a B a través de todos los recorridos posibles. Solo cuando sumamos todas las posibilidades surge el movimiento tal y como nosotros lo percibimos. También hemos visto explícitamente cómo la descripción mediante relojes es capaz de codificar la física ondulatoria, aunque solo tratamos con partículas puntuales. Ha llegado el momento de aprovechar las similitudes con la física ondulatoria para abordar una cuestión importante: ¿cómo explica la teoría cuántica la estructura de los átomos?

## Capítulo 6

### La música de los átomos

#### **Contenido:**

##### §. *La caja atómica*

El interior del átomo es un lugar extraño. Si pudiésemos posarnos sobre un protón y mirar hacia el espacio interatómico, solo veríamos el vacío. Los electrones serían imperceptiblemente diminutos aun cuando se acercasen tanto que pudiésemos tocarlos, cosa que rara vez sucedería. El diámetro del protón es aproximadamente de  $10^{-15}$  metros (0,000000000000001 metros), un coloso cuántico en comparación con los electrones. Si estuviésemos sobre nuestro protón en el extremo sur de Inglaterra, los acantilados blancos de Dover, el límite impreciso del átomo se encontraría en algún lugar entre las granjas del norte de Francia. Los átomos son inmensos y vacíos, lo que significa que nosotros mismos, a escala real, somos también inmensos y vacíos. El hidrógeno es el átomo más sencillo, compuesto por un solo protón y un solo electrón. Parece que el electrón, minúsculo hasta donde sabemos, tiene un territorio ilimitado por el que vagar, pero eso no es cierto. Está ligado al protón, atrapado por su atracción electromagnética mutua, y son el tamaño y la forma de esta espaciosa prisión los que dan lugar al característico código de barras multicolor de la luz que tan minuciosamente documentó en su *Handbuch der Spectroscopie* nuestro viejo amigo e invitado a las recepciones, el profesor Kayser. Ahora estamos en disposición de aplicar el conocimiento que hemos acumulado hasta este momento a la cuestión que tanto intrigó a Rutherford y Bohr, entre otros, en las primeras décadas del siglo XX: ¿qué sucede exactamente en el interior de un átomo? El problema, recordemos, era que Rutherford descubrió que el átomo se comporta en cierto sentido como un Sistema Solar en miniatura, con un núcleo denso en el centro, que hace las veces de Sol, y los electrones como planetas que giran a su alrededor en órbitas lejanas. Rutherford sabía que este modelo no podía

ser correcto, porque si los electrones orbitasen alrededor del núcleo deberían emitir luz continuamente. El resultado sería catastrófico para el átomo, porque si el electrón emite luz continuamente debería perder energía y caer hasta chocar inevitablemente con el protón. Evidentemente, esto no sucede. Los átomos suelen ser estables. ¿Dónde está el fallo?

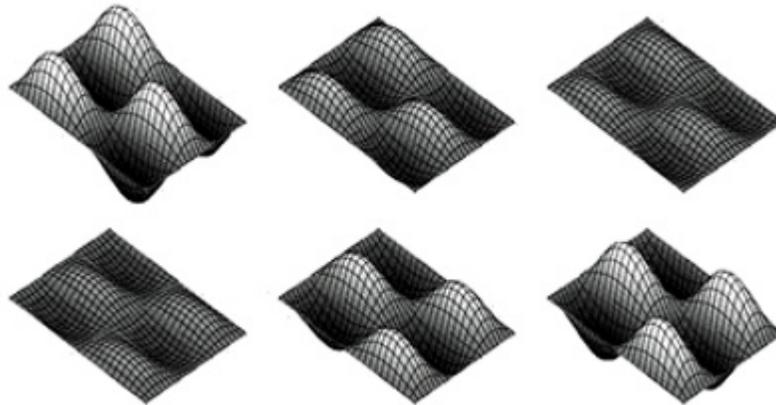
Este capítulo marca un antes y un después en el desarrollo de este libro, porque por primera vez vamos a aplicar nuestra teoría para explicar fenómenos del mundo real. Todo nuestro esfuerzo hasta este momento se ha centrado en desarrollar el formalismo básico para pensar sobre una partícula cuántica. El principio de indeterminación de Heisenberg y la ecuación de De Broglie representan el culmen de nuestros logros, pero por lo general hemos sido prudentes y hemos imaginado un universo que contenía una sola partícula. Ha llegado el momento de mostrar cómo afecta la teoría cuántica al mundo cotidiano en el que vivimos. La estructura de los átomos es algo muy real y tangible. Estamos compuestos de átomos: su estructura es nuestra estructura, y su estabilidad es nuestra estabilidad. No sería exagerado afirmar que entender la estructura de los átomos es una de las condiciones necesarias para entender el universo en su conjunto.

Dentro de un átomo de hidrógeno, el electrón está atrapado en una región alrededor del protón. Empezaremos por imaginar que el electrón está atrapado en una especie de caja, lo cual no dista mucho de la realidad. Específicamente, investigaremos hasta qué punto la física de un electrón atrapado en una caja minúscula recoge las características principales de un átomo real. Procederemos aprovechando lo que hemos aprendido en el capítulo anterior sobre las propiedades ondulatorias de las partículas cuánticas, porque, cuando se trata de describir átomos, la representación ondulatoria simplifica mucho las cosas y podemos hacer grandes progresos sin tener que preocuparnos de los tamaños, manecillas o la adición de relojes. No obstante, conviene que tengamos siempre presente que las ondas son un sustituto práctico para lo que sucede «bajo el capó».

Como el marco conceptual que hemos desarrollado es muy similar al que se utiliza para la descripción de las ondas en el agua, las ondas sonoras, o las que se producen en las cuerdas de una guitarra, primero reflexionaremos sobre cómo se comportan estos tipos de ondas materiales, que nos resultan más familiares, cuando están confinadas de alguna manera.

En general, las ondas son complicadas. Imaginemos que saltamos a una piscina llena de agua. El agua salpicará en todas direcciones, y podría parecer fútil tratar de describir lo que sucede de alguna manera sencilla. Sin embargo, bajo la complejidad subyace una simplicidad oculta. Lo más importante es que el agua en una piscina está confinada, lo que significa que todas las ondas están atrapadas en su interior. Esto da lugar al fenómeno conocido como «ondas estacionarias». Las ondas estacionarias quedan ocultas en el caos que provocamos cuando perturbamos la piscina al lanzarnos a ella, pero hay una forma de hacer que el agua se mueva de tal manera que oscile siguiendo los patrones regulares y repetitivos de las ondas estacionarias. La figura 6.1 muestra el aspecto de la superficie del agua cuando experimenta ese tipo de oscilación. Los picos y los valles suben y bajan, pero lo fundamental es que lo hacen en el mismo lugar. Hay otras ondas estacionarias, incluida una en la que el agua en mitad del tanque sube y baja rítmicamente. No solemos verlas, porque es difícil producirlas, pero lo importante es que cualquier perturbación del agua—incluso la que provocamos con nuestro poco agraciado chapuzón y posterior chapoteo— se puede expresar como una combinación de distintas ondas estacionarias. Ya hemos visto este tipo de comportamiento antes: es una generalización directa de las ideas de Fourier que hemos comentado en el capítulo anterior, en el que hemos visto que cualquier paquete de ondas se puede construir a partir de una combinación de ondas, cada una de ellas con longitud de onda definida. Estas ondas especiales, que representan estados de la partícula con momento bien definido, son sinusoidales. En el caso de las ondas confinadas en el agua, la idea se generaliza de manera que cualquier perturbación se puede describir mediante una combinación de ondas estacionarias. Más adelante en este capítulo

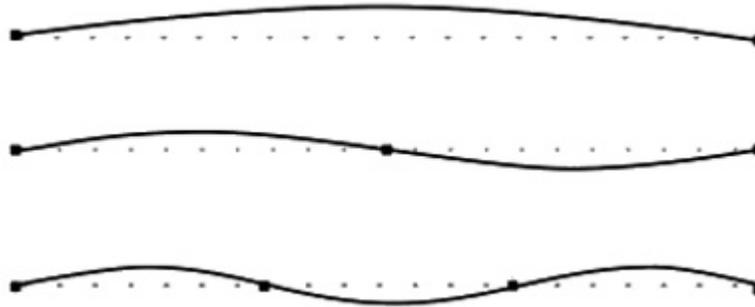
veremos que las ondas estacionarias poseen una importante interpretación en la teoría cuántica, y de hecho son claves para entender la estructura de los átomos. Teniendo esto en cuenta, analicémoslas con más detalle.



*Figura 6.1. Seis instantáneas sucesivas de una onda estacionaria en un tanque de agua. El tiempo avanza desde la imagen superior izquierda hasta la inferior derecha.*

La figura 6.2 muestra otro ejemplo de ondas estacionarias en la naturaleza: tres de las ondas estacionarias que pueden existir en una cuerda de guitarra. Cuando pulsamos una cuerda, la nota que oímos normalmente está dominada por la onda estacionaria de mayor longitud de onda (la primera de las tres que aparecen en la figura), que se conoce, tanto en física como en música, como el «armónico más bajo» o «fundamental». Normalmente, también están presentes otras longitudes de onda, denominadas «sobretonos» o «armónicos superiores». Las otras ondas en la figura son los dos sobretonos de mayor longitud de onda. La guitarra es un buen ejemplo, porque es lo suficientemente sencilla como para ver por qué sus cuerdas solo pueden vibrar a esas longitudes de onda especiales. Se debe al hecho de que la cuerda está fija en ambos extremos (por el puente de la guitarra y por el dedo que la pulsa contra el traste, respectivamente). Esto significa que la cuerda no se puede mover en esos dos puntos, lo cual determina las longitudes de onda permitidas. Si usted toca la guitarra, conocerá estos efectos físicos de manera instintiva: si

deslizamos el dedo por el mástil hacia el puente, reducimos la longitud de la cuerda y, por lo tanto, la obligamos a vibrar con longitudes de onda cada vez más cortas, que corresponden a notas cada vez más altas.



*Figura 6.2. Las tres ondas de mayor longitud de onda que caben en una cuerda de guitarra. La mayor longitud de onda (en el extremo superior) corresponde al armónico más bajo (fundamental) y las otras dos, a armónicos más altos (sobretonos).*

El armónico más bajo es la onda que tiene solo dos puntos estacionarios, o «nodos»: los dos extremos fijos. Como podemos ver en la figura, la longitud de onda de esta nota es el doble que la longitud de la cuerda. La siguiente longitud de onda es igual a la longitud de la cuerda, porque puede existir otro nodo en el centro. A continuación, podemos tener una longitud de onda igual a  $\frac{2}{3}$  de la longitud de la cuerda, etcétera.

En general, igual que en el caso del agua confinada en una piscina, dependiendo de cómo se toque, la cuerda vibrará con una combinación de las distintas ondas estacionarias posibles. La forma real de la cuerda siempre se puede obtener sumando las ondas estacionarias correspondientes a cada uno de los armónicos presentes. Los armónicos y sus intensidades relativas le proporcionan al sonido su tono característico. Diferentes guitarras tendrán diferentes distribuciones de armónicos y, por lo tanto, sonarán distintas, pero un *do* central (un armónico puro) en una guitarra es siempre el mismo que un *do* central en otra. En la guitarra, la

forma de las ondas estacionarias es muy simple: son ondas sinusoidales puras cuyas longitudes de onda están determinadas por la longitud de la cuerda. En la piscina, las ondas estacionarias son más complejas, como se ve en la figura 6.1, pero la idea es exactamente la misma.

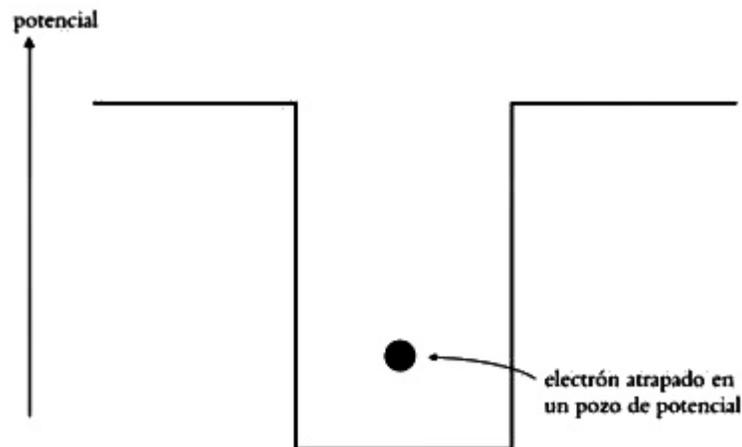
Quizá se pregunte por qué estas ondas especiales se llaman «estacionarias». La razón es que su forma no varía. Si tomamos dos instantáneas de una cuerda de guitarra vibrando en una onda estacionaria, ambas imágenes solo diferirán en la amplitud de la onda. Los picos siempre estarán en el mismo sitio, igual que los nodos, porque están determinados por los extremos fijos de la cuerda o, en el caso de la piscina, por sus bordes. Matemáticamente, podríamos decir que las ondas en ambas instantáneas difieren solo en un factor multiplicativo. Este factor varía periódicamente con el tiempo y refleja la vibración rítmica de la cuerda. Lo mismo sucede con la piscina de la figura 6.1, donde cada instantánea está relacionada con las demás por un factor multiplicativo general. Por ejemplo, la última se puede obtener a partir de la primera multiplicando la altura de la onda en cada punto por menos uno.

En resumen, las ondas que están confinadas de alguna manera siempre pueden expresarse en función de ondas estacionarias (ondas cuya forma no varía) y, como hemos dicho, hay razones de peso para dedicar tanto tiempo a entenderlas. La primera de ellas es el hecho de que las ondas estacionarias están cuantizadas. Esto es evidente en las ondas estacionarias en una cuerda de guitarra: la fundamental posee una longitud de onda que es el doble de la longitud de la cuerda, y la del siguiente armónico permitido coincide con la longitud de la cuerda. No hay ninguna onda estacionaria cuya longitud de onda esté entre las de esas dos, por lo que podemos decir que las longitudes de onda permitidas en una cuerda de guitarra están cuantizadas.

Así pues, las ondas estacionarias ponen de manifiesto el hecho de que algo se cuantiza cuando confinamos ondas. En el caso de la guitarra, es claramente la longitud de onda. En el del electrón dentro de una caja, las ondas cuánticas

correspondientes al electrón también estarán confinadas, por lo que, por analogía, cabría esperar que en la caja solo estén presentes algunas ondas estacionarias y, por lo tanto, algo esté cuantizado. Otras ondas simplemente no pueden existir, igual que la cuerda de una guitarra no toca al mismo tiempo todas las notas en una octava, con independencia de cómo se pulse. Como sucede con el sonido de la guitarra, el estado general del electrón estará descrito por una combinación de ondas estacionarias. Estas ondas cuánticas estacionarias empiezan a parecer muy interesantes. Así que vamos a comenzar ya nuestro análisis.

Para poder avanzar, debemos especificar la forma de la caja en cuyo interior colocaremos nuestro electrón. Para simplificar, supondremos que el electrón es libre de saltar de un sitio a otro dentro de una región de tamaño  $L$ , pero tiene totalmente prohibido aventurarse fuera de ella. No necesitamos decir cómo pensamos impedir que el electrón se escape, pero, ya que se supone que es un modelo simplificado del átomo, podemos imaginar que la responsable de su confinamiento es la fuerza que ejerce la carga positiva del núcleo. En la jerga de nuestra disciplina, esto se conoce como un «pozo de potencial cuadrado». Hemos esbozado la situación en la figura 6.3, que debería dejar claro por qué lo llamamos así.

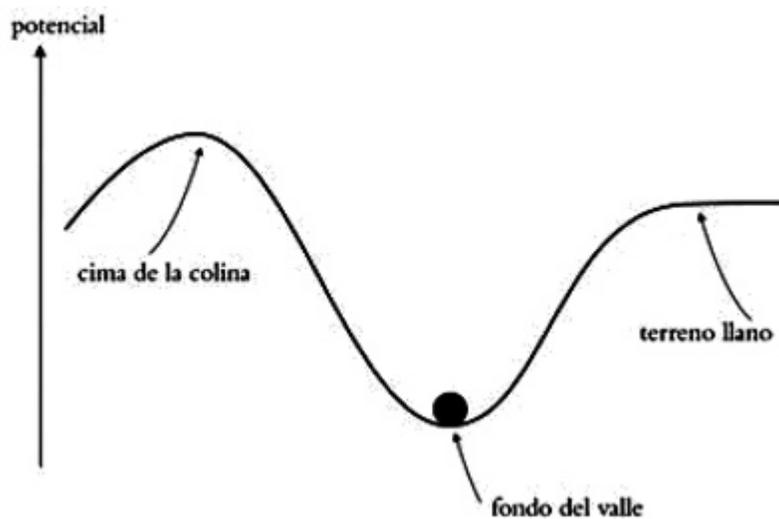


*Figura 6.3. Un electrón atrapado en un pozo de potencial cuadrado.*

La idea de confinar una partícula en un potencial es muy importante, y la volveremos a utilizar en el futuro, por lo que conviene cerciorarse de que entendemos exactamente lo que esto significa. ¿Cómo atrapamos realmente las partículas? Es una cuestión muy sofisticada: para llegar al fondo del asunto, necesitamos entender cómo interactúan las partículas entre sí, algo que veremos en el capítulo 10. No obstante, podremos seguir avanzando siempre que no nos hagamos demasiadas preguntas.

La capacidad de «no hacer demasiadas preguntas» es una habilidad necesaria en física, porque, para poder responder a cualquier pregunta, debemos trazar la línea en algún lugar. Ningún sistema de objetos está perfectamente aislado. Parece razonable pensar que, si queremos entender cómo funciona un horno microondas, no necesitamos preocuparnos por los detalles del tráfico que circula por la calle, que tendrá una pequeñísima influencia en el funcionamiento del horno. Inducirá vibraciones en el aire y en el suelo que sacudirán el horno muy ligeramente. También podría haber campos magnéticos extraviados que influyan sobre la electrónica interna del horno, por muy bien aislada que esté. Es posible cometer errores al ignorar estas cosas, porque se nos podría escapar algún detalle crucial. Si ese es el caso, simplemente obtendremos un resultado incorrecto y tendremos que volver a valorar nuestras hipótesis. Esto es muy importante, y guarda una estrecha relación con el éxito de la ciencia: todas las hipótesis son, en última instancia, refrendadas o refutadas por los experimentos. La naturaleza es el árbitro, no la intuición humana. Nuestra estrategia aquí pasa por ignorar los detalles del mecanismo que confina el electrón y modelarlo mediante algo denominado potencial. En realidad, la palabra «potencial» no significa más que «un efecto sobre la partícula debido a algún sistema físico que no me molestaré en explicar en detalle». Más adelante, dedicaremos un tiempo a describir en detalle cómo interactúan las partículas, pero de momento emplearemos el lenguaje de los potenciales. Si todo esto parece un poco arrogante, pongamos un ejemplo para ilustrar cómo se utilizan los potenciales en física.

La figura 6.4 ilustra una bola atrapada en un valle. Si le damos una patada rodará pendiente arriba, pero solo hasta cierto punto, y después volverá rodando hacia abajo. Es un excelente ejemplo de una partícula atrapada por un potencial. En este caso, el campo gravitatorio terrestre genera el potencial y la inclinación de la colina da lugar a un potencial empinado. Debería estar claro que podríamos calcular en detalle cómo rueda una bola por un valle sin conocer los entresijos de la interacción del suelo del valle con la bola (para lo cual necesitaríamos tener conocimientos sobre la teoría de la electrodinámica cuántica). Si resultase que los detalles de las interacciones entre los átomos de la bola y los del suelo del valle afectan demasiado al movimiento de la bola, entonces nuestras predicciones serían incorrectas. De hecho, las interacciones interatómicas son importantes porque dan lugar al rozamiento, aunque también podemos modelarlas sin adentrarnos en los diagramas de Feynman. Pero nos vamos por las ramas.



*Figura 6.4. Una bola en reposo en el fondo del valle. La altura del terreno por encima del nivel del mar es directamente proporcional al potencial que la partícula experimenta cuando asciende.*

Este ejemplo es muy tangible porque, literalmente, podemos ver la forma del potencial.<sup>18</sup> Sin embargo, la idea es más general y asimismo vale para potenciales

distintos de los creados por la gravedad y los valles. Un ejemplo es el electrón atrapado en un pozo cuadrado. A diferencia del caso de la bola en el valle, la altura de las paredes no es la altura real de ninguna cosa, sino que representa lo rápido que debe moverse un electrón para poder escapar del pozo. Para el caso del valle, esto sería análogo a hacer que la bola rodase tan rápido que subiese toda la ladera hasta salir del valle. Si el electrón se mueve lo suficientemente despacio, entonces la altura concreta del potencial no tendrá mucha importancia, y podremos suponer sin problemas que el electrón está confinado en el interior del pozo.

Centrémonos ahora en el electrón atrapado dentro de una caja descrita por un pozo de potencial cuadrado. Puesto que no puede escapar de la caja, las ondas cuánticas deben hacerse cero en los bordes de la caja. Las tres ondas cuánticas posibles con las mayores longitudes de onda serán entonces completamente análogas a las de la cuerda de guitarra de la figura 6.2: la mayor longitud de onda posible es el doble del tamaño de la caja,  $2L$ ; la siguiente es igual al tamaño de la caja,  $L$ ; y la tercera tiene una longitud de onda de  $2L/3$ . En general, podemos encajar en la caja ondas de electrón cuya longitud de onda sea  $2L/n$ , donde  $n = 1, 2, 3, 4, \dots$

Por lo tanto, para la caja cuadrada en particular, las ondas de electrón tienen precisamente la forma de las ondas en una cuerda de guitarra: son ondas sinusoidales con un conjunto muy particular de longitudes de onda permitidas. Ahora podemos hacer uso de la ecuación de De Broglie del capítulo anterior para relacionar la longitud de onda de estas ondas sinusoidales con el momento del electrón a través de la fórmula  $p = \hbar/\lambda$ . En cuyo caso, las ondas estacionarias describen un electrón cuyo momento solo puede tomar determinados valores, dados por la relación  $p = n\hbar/(2L)$ , donde lo único que hemos hecho ha sido insertar en la ecuación de De Broglie las longitudes de onda permitidas.

Y así es como hemos demostrado que el momento del electrón en un pozo de potencial cuadrado está cuantizado. Esto es muy importante. No obstante, debemos tener cuidado. El potencial de la figura 6.3 es un caso especial; en general, para otros potenciales, las ondas estacionarias no son sinusoidales. La figura 6.5 muestra

las ondas estacionarias en un tambor. Sobre la piel del tambor se ha echado un poco de arena, que se acumula en los nodos de las ondas estacionarias. Puesto que la frontera de la piel del tambor vibrante es circular, en lugar de cuadrada, las ondas estacionarias ya no son sinusoidales.<sup>19</sup> Esto significa que, análogamente, en cuanto pasemos al caso más realista de un electrón atrapado por un protón, sus ondas estacionarias tampoco serán sinusoidales. Lo cual a su vez implica que se pierde la relación entre la longitud de onda y el momento. ¿Cómo debemos entonces interpretar estas ondas estacionarias? ¿Qué es lo que suele estar cuantizado en partículas atrapadas si no es su momento?



*Figura 6.5. Un tambor vibrando y cubierto de arena. La arena se acumula en los nodos de las ondas estacionarias.*

Obtendremos la respuesta si nos fijamos en que, en el pozo de potencial cuadrado, si el momento del electrón está cuantizado, también lo está su energía. Esta es una observación sencilla y parece que no contiene información nueva importante, puesto que entre la energía y el momento existe una relación simple. En particular, la energía es  $E = p^2/2m$ , donde  $p$  es el momento del electrón atrapado y  $m$  es su

masa.<sup>20</sup> Sin embargo, esta no es una observación tan trivial como podría parecer porque, para potenciales que no sean tan simples como el pozo cuadrado, cada onda estacionaria siempre corresponde a una partícula con energía bien definida.

La diferencia importante entre energía y momento surge porque  $E = p^2/2m$  solo es cierto cuando el potencial es plano en la región donde la partícula puede existir, lo que permite que la partícula se mueva libremente, como una canica sobre la superficie de una mesa o, mejor aún, un electrón en un pozo cuadrado. En general, la energía de la partícula no será igual a  $E = p^2/2m$ , sino que vendrá dada por la suma de la energía debida a su movimiento y su energía potencial. Esto quiebra la sencilla relación entre la energía de la partícula y su momento.

Podemos ilustrar la idea pensando de nuevo en la bola en un valle, representada en la figura 6.4. Si al inicio la bola reposa tranquilamente en el fondo del valle, entonces no sucede nada.<sup>21</sup> Para hacer que suba por la ladera, tendremos que darle una patada, que equivale a decir que habrá que proporcionarle energía. En el instante posterior a la patada, toda su energía estará en forma de energía cinética. A medida que ascienda por la pendiente, la bola se irá ralentizando hasta que, a cierta altura por encima del fondo del valle, se detenga y empiece a rodar de nuevo hacia abajo, para después comenzar a subir por la otra ladera. En el momento en que se detiene a media ladera, no posee energía cinética. Pero la energía no ha desaparecido como por arte de magia, sino que toda su energía cinética se ha transformado en energía potencial, igual a  $mgh$ , donde  $g$  es la aceleración debida a la gravedad sobre la superficie terrestre y  $h$  es la altura de la bola por encima del fondo del valle. A medida que la bola rueda de vuelta hacia abajo, esta energía potencial acumulada se convierte de nuevo progresivamente en energía cinética mientras la bola va ganando velocidad. Así, mientras la bola rueda de una ladera del valle a otra, la energía total permanece constante, pero alterna periódicamente entre las formas cinética y potencial. Sin duda, el movimiento de la bola varía constantemente, pero su energía permanece constante (hemos supuesto que no hay rozamiento que ralentice su movimiento; si lo incluyésemos la energía total

seguiría siendo constante, pero solo si incluyésemos también la que se disipa a través del rozamiento).

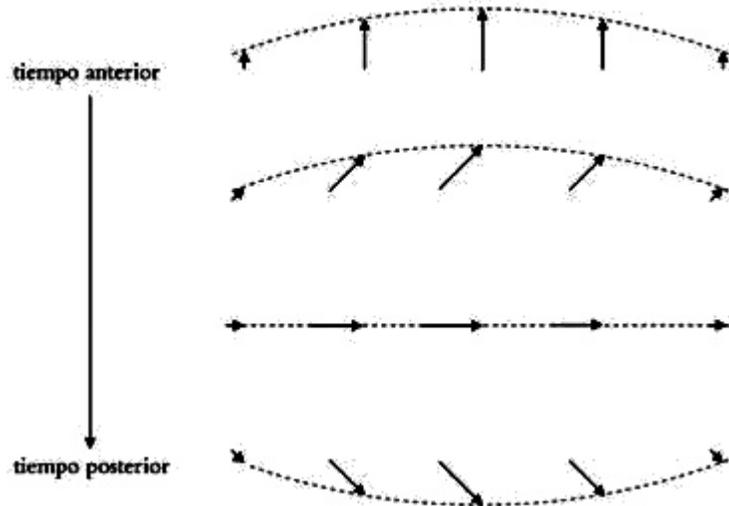
Ahora analizaremos la relación entre las ondas estacionarias y las partículas con energía definida desde otro punto de vista, sin recurrir al caso especial del pozo cuadrado. Lo haremos utilizando nuestros pequeños relojes cuánticos.

Pero antes fijémonos en que, si un electrón está descrito por una onda estacionaria en algún instante, seguirá estando descrito por esa misma onda en cualquier momento posterior. Entendemos por «la misma» que la forma de la onda no varía, como sucedía con la onda estacionaria en el agua de la figura 6.1. Por supuesto, no queremos decir que la onda no cambie en absoluto: la altura del agua sí varía, pero lo importante es que la posición de los picos y los valles no lo hace. Esto nos permite imaginar cómo debe ser la descripción mediante relojes cuánticos de una onda estacionaria, que se ilustra en la figura 6.6 para el caso de la onda fundamental. Los tamaños de los relojes a lo largo de la onda reflejan la posición de los picos y nodos, y las manecillas giran todas al mismo ritmo. Esperamos que se entienda por qué hemos dibujado esta disposición de relojes en particular. Los nodos siempre deben ser nodos, los picos siempre deben ser picos y deben permanecer siempre en el mismo lugar. Esto significa que los relojes situados en las proximidades de los nodos deben ser siempre muy pequeños, y los que representan los picos serán siempre los que tengan las manecillas más largas. Por lo tanto, la única libertad de que gozamos es la de permitir que los relojes permanezcan donde los colocamos y que giren de forma coordinada.

Si estuviésemos siguiendo la misma metodología que en los capítulos anteriores, ahora partiríamos de la configuración de relojes que aparece en la fila superior de la figura 6.6 y utilizaríamos las reglas de la longitud y el giro de las manecillas para generar las tres filas inferiores de la figura, que representan sendos instantes posteriores.

Este ejercicio de calcular los saltos de los relojes es quizá excesivo para este libro, pero se puede hacer, y es particularmente interesante porque para hacerlo de un

modo correcto es necesario incluir la posibilidad de que la partícula «rebote en las paredes de la caja» antes de saltar a su destino.



*Figura 6.6. Cuatro instantáneas de una onda estacionaria en momentos sucesivos. Las flechas representan las manecillas y la línea de puntos es la proyección sobre la dirección de las «12 en punto». Todos los relojes giran al unísono.*

Por cierto, puesto que los relojes son más grandes en el centro, podemos concluir inmediatamente que es más probable encontrar un electrón descrito por esta disposición de relojes en el centro de la caja que en los bordes.

Así, hemos descubierto que el electrón atrapado está descrito por una serie de relojes que giran todos al unísono. Los físicos no suelen hablar de este modo, y los músicos aún menos: ambos dicen que las ondas estacionarias son ondas de frecuencia definida.<sup>22</sup> Las ondas de alta frecuencia corresponden a relojes cuyas manecillas giran más rápido que las de los relojes de las ondas de baja frecuencia. Si un reloj gira más rápido, disminuye el tiempo que tarda un pico en transformarse en valle y en volver a ser un pico (representado por una sola rotación de la manecilla del reloj). En términos de ondas en agua, las ondas estacionarias de alta frecuencia suben y bajan a mayor velocidad que las de baja frecuencia. En música, se dice que un *do* central tiene una frecuencia de 262 hercios, lo que significa que,

en una guitarra, la cuerda vibra arriba y abajo 262 veces por segundo. El *la* por encima del *do* central tiene una frecuencia de 440 hercios, lo que significa que vibra más rápido (por convención, esta nota sirve de referencia para la afinación de la mayoría de las orquestas y los instrumentos musicales del mundo). Pero, como hemos comentado antes, solo en el caso de las ondas puramente sinusoidales estas ondas de frecuencia bien definida poseen también una longitud de onda de onda definida. En general, la frecuencia es la magnitud fundamental para describir las ondas estacionarias.

Así pues, la pregunta del millón de dólares es ¿qué significa decir que un electrón tiene determinada frecuencia? Recordemos que esos estados del electrón nos interesan porque están cuantizados y porque un electrón que se encuentre en uno de esos estados permanece en él indefinidamente (a menos que algo penetre en la región del potencial y le dé un porrazo).

La última frase nos da la pista que necesitamos para establecer el significado de la «frecuencia». Unas páginas atrás nos hemos topado con la ley de la conservación de la energía, que es una de las pocas leyes indiscutibles de la física. La conservación de la energía exige que, si un electrón dentro de un átomo de hidrógeno (o de un pozo cuadrado) posee una determinada energía, esa energía no puede cambiar hasta que «algo suceda». Es decir, la energía de un electrón no puede cambiar espontáneamente sin motivo. Esto puede parecer poco interesante, pero comparémoslo con el caso de un electrón del que sabemos que se encuentra localizado en un punto. Como sabemos muy bien, el electrón saltará a través del universo al instante, dando lugar a una infinidad de relojes. Pero el patrón de los relojes correspondientes a una onda estacionaria es distinto. Mantiene su forma, con todos los relojes girando alegremente para siempre a menos que algo los perturbe. Por lo tanto, la naturaleza invariable de las ondas estacionarias las convierte en claras candidatas para describir un electrón de energía definida.

Una vez que damos el paso de asociar la frecuencia de una onda estacionaria con la energía de una partícula, podemos sacar partido a lo que sabemos sobre las cuerdas

de guitarra para inferir que las frecuencias más elevadas deben corresponder a energías mayores. La razón es que una frecuencia alta implica una longitud de onda corta (puesto que las cuerdas cortas vibran más rápido) y, por lo que sabemos del caso especial del pozo de potencial cuadrado, podemos prever que una longitud de onda más corta corresponde a una partícula de mayor energía a través de la relación de De Broglie. Por lo tanto, la conclusión importante, y lo único que debemos realmente recordar de cara a lo que sigue, es que las ondas estacionarias describen partículas de energía definida y cuanto mayor es la energía, más rápido giran las manecillas de los relojes.

En resumen, hemos deducido que, cuando un electrón está confinado por un potencial, su energía está cuantizada. En la jerga de la física, decimos que un electrón atrapado solo puede existir en determinados «niveles de energía». La mínima energía que puede tener el electrón corresponde a un estado descrito únicamente por la onda estacionaria «fundamental»,<sup>23</sup> y ese nivel de energía se conoce normalmente como «estado fundamental». Los niveles de energía correspondientes a ondas estacionarias de frecuencia más elevada se denominan «estados excitados».

Imaginemos un electrón de determinada energía, atrapado en un pozo de potencial cuadrado. Decimos que «se encuentra en determinado nivel de energía» y su onda cuántica estará asociada a un único valor de  $n$ . La expresión «se encuentra en determinado nivel de energía» refleja el hecho de que, en ausencia de influencias externas, el electrón no hace nada. En general, el electrón podría describirse mediante la composición de muchas ondas estacionarias, igual que el sonido de una guitarra está compuesto de muchos armónicos. Esto significa que, en general, el electrón no tendrá una única energía. Fundamentalmente, una medición de la energía del electrón siempre debe revelar un valor igual al asociado con una de las ondas estacionarias componentes. Para calcular la probabilidad de encontrar el electrón con determinada energía, debemos tomar los relojes asociados con la contribución específica a la función de onda total procedente de la correspondiente

onda estacionaria, elevarlos al cuadrado y sumarlos. El número resultante nos da la probabilidad de que el electrón esté en dicho estado de energía en particular. La suma de todas esas probabilidades (una por cada onda estacionaria componente) debe ser igual a la unidad, lo que refleja el hecho de que siempre obtendremos que la partícula posee una energía que corresponde a una onda estacionaria en particular.

Esto debe quedar muy claro: un electrón puede poseer simultáneamente varias energías, y tal afirmación es tan rara como decir que posee múltiples posiciones. Evidentemente, a estas alturas del libro esto no debería ser ninguna sorpresa, pero sí resulta sorprendente para nuestra sensibilidad cotidiana. Tengamos en cuenta que hay una diferencia fundamental entre una partícula cuántica atrapada y las ondas estacionarias en la piscina o en la guitarra. En el caso de la cuerda de guitarra, la idea de que estén cuantizadas no resulta nada extraña, porque la propia onda que describe la cuerda en vibración está simultáneamente compuesta de muchas ondas estacionarias diferentes, y todas ellas contribuyen físicamente a la energía total de la onda. Puesto que pueden combinarse de cualquier manera, la energía de la cuerda puede tomar cualquier valor. Sin embargo, para un electrón atrapado en el interior de un átomo, la contribución relativa de cada onda estacionaria describe la probabilidad de encontrar el electrón con esa energía en concreto. La diferencia crucial surge porque las ondas de agua son ondas de moléculas de agua, mientras que las ondas de electrón no son en modo alguno ondas de electrones.

Tales consideraciones nos han demostrado que la energía de un electrón en el interior de un átomo está cuantizada. Esto significa que el electrón es sencillamente incapaz de poseer cualquier energía intermedia entre los valores permitidos. Lo cual es exactamente igual a decir que un coche puede ir a 16 kilómetros por hora o a 60 kilómetros por hora, pero no a ninguna velocidad intermedia. Enseguida, esta fantásticamente extraña conclusión nos proporciona una explicación sobre por qué los átomos no irradian luz continuamente mientras el electrón cae hacia el núcleo. Es porque no hay forma de que el electrón pierda energía de manera continua, poco

a poco. La única manera de que pueda emitir alguna energía es perdiendo un paquete completo de golpe.

También podemos relacionar lo que acabamos de aprender con las propiedades observadas de los átomos, y en particular podemos explicar los colores característicos de la luz que emiten. La figura 6.7 muestra la luz visible emitida por el átomo más simple, el de hidrógeno. Está compuesta de cinco colores diferentes: una línea de color rojo intenso, correspondiente a la luz con una longitud de onda de 656 nanómetros; una línea de azul claro, con longitud de onda de 486 nanómetros; y otras tres líneas violetas que se desvanecen hacia el extremo ultravioleta del espectro. Esta sucesión de líneas de colores se conoce como «serie de Balmer», en honor del físico matemático suizo Johann Balmer, que en 1885 escribió la fórmula que las describe. Balmer no tenía ni idea de por qué la fórmula funcionaba, porque la teoría cuántica aún no se había descubierto, sino que se limitó a expresar la regularidad del patrón observado mediante una sencilla fórmula matemática. Pero nosotros podemos hacerlo mejor, y todo tiene que ver con las ondas cuánticas que encajan dentro del átomo de hidrógeno.



*Figura 6.7. Serie de Balmer del hidrógeno: esto es lo que sucede cuando la luz del gas de hidrógeno pasa por un espectroscopio.*

Sabemos que la luz se puede ver como un flujo de fotones, cada uno de ellos con energía  $E = \hbar c/\lambda$ , donde  $\lambda$  es la longitud de onda de la luz <sup>24</sup> Por lo tanto, la observación de que los átomos solo emiten ciertos colores de luz significa que solo emiten fotones de energías muy específicas. También hemos aprendido que un electrón «atrapado en un átomo» solo puede poseer ciertas energías muy

específicas. Basta con dar un pequeño paso más para explicar el perdurable misterio de la luz de colores emitida por los átomos: los distintos colores corresponden a la emisión de fotones cuando los electrones «caen» de uno de los niveles de energía permitidos a otro. Esta idea implica que las energías de los fotones observadas deberían corresponder siempre a diferencias entre pares de valores permitidos de la energía. Esta manera de describir la física ilustra a la perfección el valor de expresar el estado del electrón en función de los valores permitidos de su energía. Si hubiésemos preferido hablar de los valores permitidos del momento del electrón, entonces la naturaleza cuántica no sería tan evidente y no llegaríamos tan fácilmente a la conclusión de que el átomo solo puede emitir y absorber radiación a determinadas longitudes de onda.

El modelo del átomo como una partícula en una caja no es lo suficientemente preciso como para permitirnos calcular las energías del electrón en un átomo real, algo que necesitamos hacer para comprobar esta idea. Pero se pueden llevar a cabo cálculos detallados si modelamos con mayor precisión el potencial en las proximidades del protón que atrapa al electrón. Baste con decir que tales cálculos confirman, sin ningún lugar a dudas, que este es en realidad el origen de esas misteriosas líneas espectrales.

Quizá se haya dado cuenta de que no hemos explicado por qué el electrón pierde energía al emitir un fotón. A efectos de lo que nos interesa en este capítulo, no necesitamos una explicación. Pero algo debe inducir al electrón a abandonar la tranquilidad de su onda estacionaria, y a ese «algo» dedicaremos el capítulo 10. De momento, solo estamos diciendo que «para poder explicar los patrones observados de luz emitida por los átomos es necesario suponer que la luz se emite cuando un electrón cae de un nivel de energía a otro de menor energía». Los niveles permitidos están determinados por la forma de la caja que confina al electrón y varían de un átomo a otro, porque cada átomo confina a los electrones en un entorno distinto.

Hasta ahora, hemos tenido bastante éxito al explicar cosas utilizando una representación muy sencilla del átomo, pero en realidad no nos basta con fingir que los electrones se mueven libremente en el interior de una caja que los confina. Se mueven en las proximidades de un montón de protones y otros electrones, y para entender realmente los átomos debemos pensar ahora cómo describir este entorno con una mayor precisión.

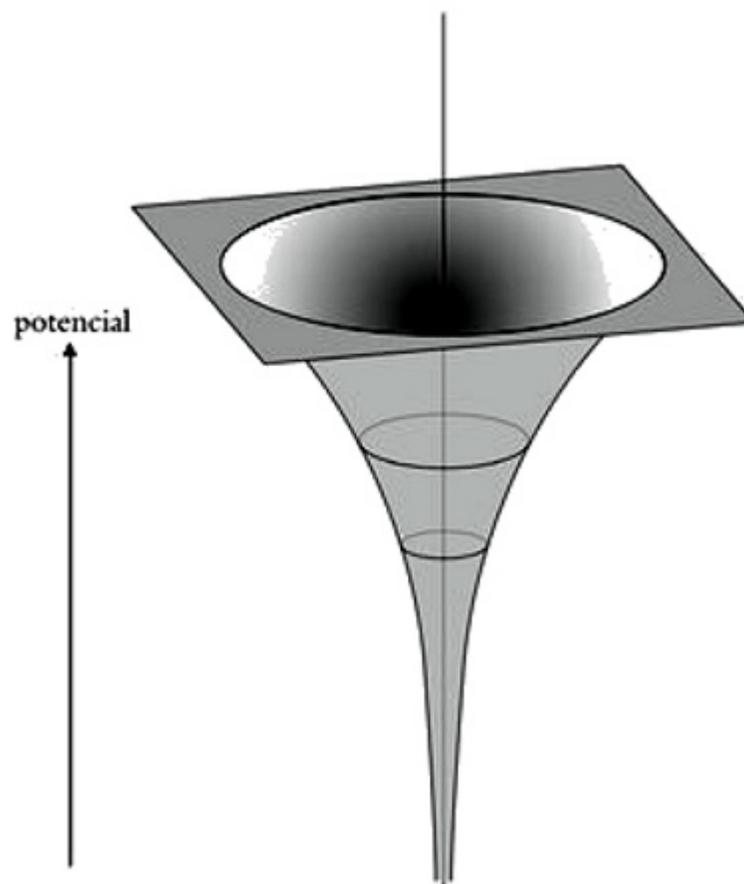
### §. La caja atómica

Armados con la idea del potencial, podemos ser más precisos en nuestra descripción de los átomos. Empecemos por el más sencillo de todos, el átomo de hidrógeno. Está compuesto únicamente por dos partículas: un electrón y un protón. Este último es casi 2.000 veces más pesado que el electrón, por lo que podemos suponer que está prácticamente en reposo, creando el potencial en el que está atrapado el electrón.

El protón tiene carga eléctrica positiva y el electrón posee una carga de igual magnitud pero de signo negativo. Por otra parte, la razón por la que las cargas eléctricas del protón y el electrón son exactamente iguales y opuestas es uno de los grandes misterios de la física. Probablemente hay un muy buen motivo para ello, relacionado con alguna teoría fundamental de las partículas subatómicas que aún no hemos descubierto, pero, en el momento de escribir este libro, nadie sabe por qué es.

Lo que sí sabemos es que, puesto que las cargas de signo opuesto se atraen, el protón tirará del electrón hacia él y, al menos desde el punto de vista de la física pre cuántica, podría acercar el electrón a distancias arbitrariamente pequeñas. Cuán pequeñas, dependería de la naturaleza precisa del protón: ¿es una bola maciza o una nube difusa de alguna sustancia? La pregunta es irrelevante porque, como hemos visto, existe un nivel de mínima energía en el que se puede encontrar el electrón, determinado (a grandes rasgos) por la mayor longitud de onda que quepa dentro del potencial generado por el protón (que se esboza en la figura 6.8). El profundo

«agujero» funciona como el pozo de potencial cuadrado que hemos visto antes, salvo por el hecho de que la forma no es tan sencilla. Se conoce como «potencial de Coulomb», porque está determinado por la ley que describe la interacción entre dos cargas eléctricas, descrita por primera vez por Charles-Augustin de Coulomb en 1783. Pero la dificultad es la misma: debemos encontrar qué ondas cuánticas encajan dentro del potencial, y estas a su vez determinarán los niveles de energía permitidos para el átomo de hidrógeno.



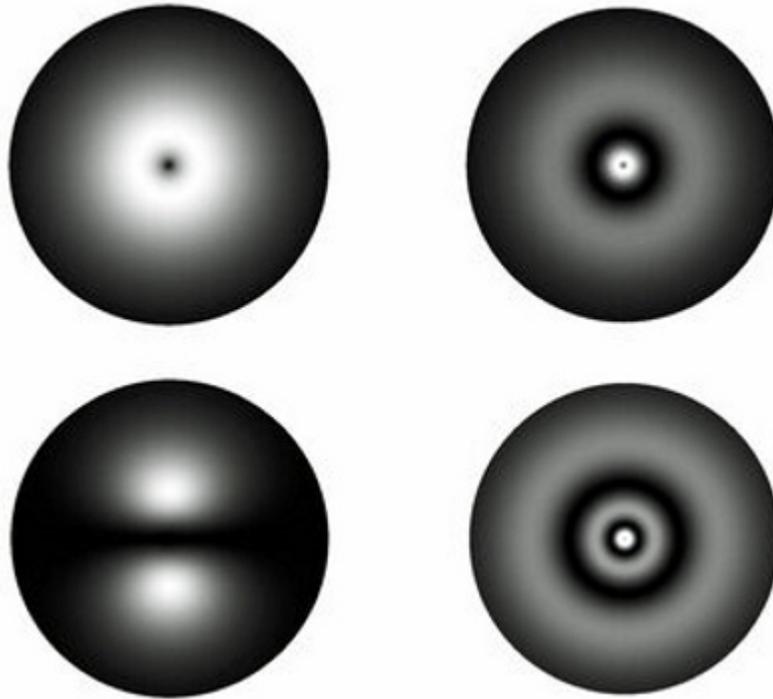
*Figura 6.8. El pozo de potencial coulombiano alrededor de un protón. La profundidad del pozo es mayor allí donde se encuentra el protón.*

Yendo al grano, diríamos que la manera de hacerlo pasa por «resolver la ecuación de ondas de Schrödinger para el pozo de potencial coulombiano», lo que es una manera de implementar las reglas para los saltos de los relojes. Los detalles son

muy técnicos, incluso para algo tan sencillo como el átomo de hidrógeno, pero por suerte no aprenderíamos mucho más de lo que ya sabemos. Por eso podemos saltar directamente a la solución, y la figura 6.9 muestra algunas de las ondas estacionarias resultantes para un electrón en un átomo de hidrógeno. Lo que vemos aquí es un mapa de la probabilidad de encontrar el electrón en algún lugar. Las zonas más claras corresponden a las regiones donde es más probable que esté el electrón. Evidentemente, en realidad el átomo de hidrógeno es tridimensional, y estas imágenes corresponden a cortes a través del centro del átomo. La figura en la esquina superior izquierda es la función de onda del estado fundamental, y nos dice que, en este caso, el electrón se encuentra normalmente a  $1 \times 10^{-10}$  metros del protón. Las energías de las ondas estacionarias aumentan de izquierda a derecha y de arriba abajo. La escala también varía en un factor 8 desde la esquina superior izquierda a la inferior derecha. De hecho, la región clara que cubre la mayor parte de la primera imagen tiene aproximadamente el mismo tamaño que los pequeños puntos claros en el centro de las dos figuras de la derecha. Esto significa que, cuando está en niveles de energía más alta, es probable que el electrón se encuentre más lejos del protón (y, por lo tanto, que esté ligado a él más débilmente). Está claro que estas ondas no son sinusoidales, lo que significa que no corresponden a estados de momento definido. Pero, como nos hemos esforzado en destacar, sí corresponden a estados de energía bien definida.

La apariencia característica de las ondas estacionarias se debe a la forma del pozo, y algunas propiedades merecen que las comentemos con algo más de profundidad. La característica más evidente del pozo alrededor de un protón es que posee simetría esférica. Esto significa que su aspecto es el mismo con independencia del ángulo desde el que lo veamos.

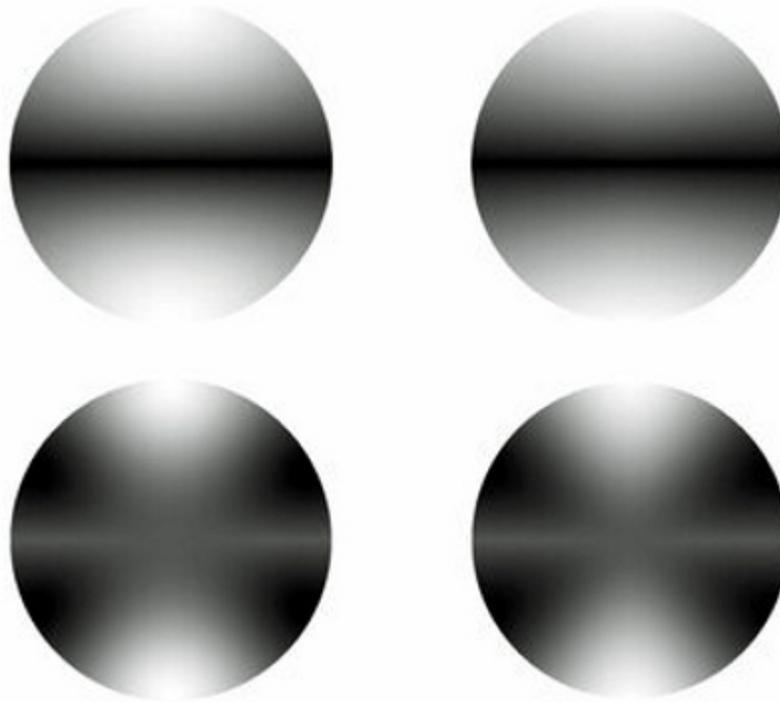
Para imaginarlo, pensemos en un balón de baloncesto sin estrías: es una esfera perfecta que tiene el mismo aspecto con independencia de cómo se gire. ¿Osaríamos pensar en un electrón dentro de un átomo de hidrógeno como si estuviese atrapado en un diminuto balón de baloncesto?



*Figura 6.9. Cuatro de las ondas cuánticas de menor energía que describen el estado de un electrón en un átomo de hidrógeno. El protón está en el centro, y las regiones más claras son aquellas donde es más probable que se encuentre el electrón. La escala de las imágenes de la esquina superior derecha e inferior izquierda se ha reducido en un factor 4 respecto a la primera y la escala de la imagen de la esquina inferior derecha en un factor 8 respecto a la primera.*

Desde luego, esto es más plausible que decir que el electrón está atrapado en un pozo cuadrado y, sorprendentemente, hay una cierta semejanza. En la figura 6.10 se muestran a la izquierda dos de las ondas sonoras estacionarias de menor energía que se pueden producir dentro del balón. De nuevo, hemos tomado un corte de la pelota, y la presión del aire en su interior varía entre el negro y el blanco a medida que la presión aumenta. A la derecha se muestran dos posibles ondas estacionarias del electrón en un átomo de hidrógeno. Las imágenes no son idénticas, pero sí muy parecidas. Así pues, no es del todo ridículo imaginar que el electrón en un átomo de hidrógeno está atrapado en algo similar a un balón diminuto. Esta imagen sirve realmente para ilustrar el comportamiento ondulatorio de las partículas cuánticas, y

con suerte resuelve algo del misterio de las cosas: entender el electrón en un átomo de hidrógeno no es más complicado que entender cómo vibra el aire en el interior de un balón de baloncesto.



*Figura 6.10. Dos de las ondas sonoras estacionarias más sencillas dentro de un balón de baloncesto (izquierda), comparadas con las correspondientes ondas de electrón en un átomo de hidrógeno (derecha). Son muy parecidas. La imagen superior del hidrógeno es una vista en detalle de la zona central de la que aparece en la esquina inferior izquierda de la figura 6.9.*

Antes de dejar el átomo de hidrógeno, nos gustaría añadir algo más sobre el potencial creado por el protón y cómo es que el electrón puede saltar de un nivel de energía más elevada a otro de menor energía con la emisión de un fotón. Al introducir la idea del potencial, hemos evitado, justificadamente, cualquier discusión sobre cómo se comunican el protón y el electrón. Esta simplificación nos ha permitido comprender la cuantización de la energía de las partículas atrapadas. Pero si queremos entender bien qué es lo que sucede, deberíamos tratar de explicar

el mecanismo por el que las partículas acaban atrapadas. En el caso de una partícula que se mueve en una caja real, podríamos imaginar una pared impenetrable, presumiblemente hecha de átomos, que la partícula no puede atravesar al interactuar con ellos. Una comprensión adecuada de lo que significa «impenetrabilidad» se obtiene al entender cómo interactúan las partículas. Asimismo, hemos dicho que el protón en un átomo de hidrógeno «produce un potencial» en el que se mueve el electrón, que lo atrapa de una manera similar a como una partícula queda atrapada en una caja. Esto evita también profundizar en la cuestión, porque, sin duda, el electrón interactúa con el protón, y es esa interacción la que determina cómo queda confinado el electrón.

En el capítulo 10 veremos que necesitamos complementar las reglas cuánticas que hemos articulado hasta ahora con otras nuevas que aborden la interacción entre partículas. De momento, tenemos reglas muy sencillas: las partículas saltan de un sitio a otro, llevando relojes imaginarios cuyas agujas giran en sentido antihorario en cantidades claramente especificadas que dependen de la extensión del salto. Todos los saltos están permitidos, por lo que una partícula puede saltar de A a B a través de un número infinito de trayectorias. Cada una de ellas aporta su correspondiente reloj cuántico al punto B, y debemos sumarlos todos para calcular el único reloj resultante, que nos da la probabilidad de encontrar la partícula en B. Resulta que incorporar las interacciones al juego es sorprendentemente sencillo. Añadimos a las anteriores una nueva regla según la cual una partícula puede emitir o absorber otra partícula. Si había una partícula antes de la interacción, después puede haber dos; si había dos partículas antes, tras la interacción puede haber solo una. Por supuesto, si vamos a desarrollar los cálculos necesitamos ser más precisos sobre qué partículas pueden fusionarse o dividirse, y tenemos que decir qué sucede con el reloj asociado a cada partícula cuando esta interactúa. A eso dedicaremos el capítulo 10, pero las consecuencias para los átomos deberían ser evidentes. Si existe una regla que diga que un electrón puede interactuar emitiendo un fotón, entonces cabe la posibilidad de que el electrón en un átomo de hidrógeno escupa un

fotón, pierda energía y caiga a un nivel de menor energía. También podría absorber un fotón, ganar energía y subir a un nivel de mayor energía.

La existencia de las líneas espectrales indica que eso es lo que sucede, y tal proceso normalmente está muy sesgado en una dirección. En particular, el electrón puede emitir un fotón y perder energía en cualquier momento, pero solo puede ganar energía y saltar a un nivel superior si existe un fotón (o alguna otra fuente de energía) en condiciones de chocar con él. En un gas de hidrógeno, esos fotones escasean, y es mucho más probable que un átomo en un estado excitado emita un fotón que lo absorba. El efecto neto es que los átomos de hidrógeno tienden a desexcitarse, esto es, la emisión se impone sobre la absorción y, si dejamos que transcurra el tiempo suficiente, el átomo acabará en el estado fundamental, para el cual  $n = 1$ . No siempre sucede esto, porque es posible excitar continuamente los átomos proporcionándoles energía de forma controlada. Esta es la base de una tecnología que se ha vuelto ubicua: el láser. La idea fundamental de un láser consiste en bombear energía a los átomos, excitarlos, y reunir los fotones que se producen cuando los electrones pierden energía. Estos fotones son muy útiles para leer datos con gran precisión de la superficie de un CD o DVD: la mecánica cuántica afecta a nuestras vidas en infinitas maneras.

En este capítulo hemos logrado explicar el origen de las líneas espectrales utilizando la sencilla idea de la cuantización de los niveles de energía. Podría parecer que nuestra manera de pensar sobre los átomos funciona, pero hay algo que no cuadra. Nos falta la última pieza del rompecabezas, sin la cual no podremos explicar la estructura de los átomos más pesados que el hidrógeno. Dicho de manera más prosaica, tampoco podremos explicar por qué no atravesamos el suelo, y esto constituye un problema para nuestra mejor teoría de la naturaleza. La idea que buscamos la encontraremos en el trabajo del físico austriaco Wolfgang Pauli.

## Capítulo 7

### **El universo en la cabeza de un alfiler (y por qué no atravesamos el suelo)**

El hecho de que no atravesemos el suelo es todo un misterio. Decir que el suelo es «sólido» no ayuda demasiado, entre otras razones porque Rutherford descubrió que los átomos son casi enteramente espacio vacío. La situación es aún más desconcertante porque, hasta donde sabemos, las partículas fundamentales de la naturaleza no tienen tamaño.

Tratar con partículas «de tamaño nulo» parece problemático, quizá incluso imposible. Pero nada de lo que hemos dicho en los capítulos anteriores suponía o requería que las partículas tuviesen alguna extensión física. La idea de objetos verdaderamente puntuales no tiene por qué ser errónea, aun cuando choque frontalmente con el sentido común (si es que al lector aún le queda algo de sentido común a estas alturas de un libro sobre teoría cuántica). Desde luego, es muy posible que en el futuro algún experimento, quizá incluso en el Gran Colisionador de Hadrones, revele que los electrones y los quarks no son puntos infinitesimales, pero de momento los resultados experimentales no lo exigen y no hay lugar para el «tamaño» en las ecuaciones fundamentales de la física de partículas. Esto no significa que las partículas puntuales no presenten sus propios problemas: la idea de una carga finita comprimida en un volumen infinitamente pequeño es espinosa, pero hasta ahora se han podido sortear los escollos teóricos. Quizá el mayor problema pendiente en la física fundamental, el desarrollo de una teoría cuántica de la gravedad, apunte a una extensión finita, pero simplemente no hay evidencias que obliguen a los físicos a abandonar la idea de partículas elementales. Insistimos: el tamaño de las partículas puntuales es realmente nulo, y preguntar «¿Qué pasa si partimos un electrón por la mitad?» no tiene ningún sentido, porque la idea de medio electrón no significa nada.

Una consecuencia agradable de trabajar con fragmentos elementales de materia que no tienen tamaño es que la idea de que todo el universo visible estuvo en algún momento comprimido en un volumen del tamaño de un pomelo, o incluso de la cabeza de un alfiler, no supone ningún problema. Por alucinante que parezca (si ya es suficientemente difícil imaginar que se comprime una montaña hasta el tamaño de un guisante, no digamos una estrella, una galaxia, o los 350.000 millones de enormes galaxias que existen en el universo observable) no hay en absoluto ninguna razón por la que no debería ser posible. De hecho, las teorías actuales sobre el origen de la estructura del universo tratan de sus propiedades cuando se encontraba en un estado tan astronómicamente denso. Estas teorías, aunque extravagantes, tienen a su favor una importante cantidad de evidencias basadas en observaciones. En el capítulo final encontraremos objetos con densidades que, si bien no alcanzan el grado del «universo en la cabeza de un alfiler», sí están al nivel de la «montaña en un guisante»: las enanas blancas son objetos con la masa de una estrella comprimida en el tamaño de la Tierra, y las estrellas de neutrones tienen masas similares condensadas en esferas perfectas del tamaño de una ciudad. Estos objetos no pertenecen a la ciencia ficción: los astrónomos los han observado y han realizado mediciones de alta precisión, y la teoría cuántica nos permitirá calcular sus propiedades y compararlas con los datos de las observaciones. Como primer paso en el camino hacia la comprensión de las enanas blancas y las estrellas de neutrones, tendremos que abordar la pregunta más prosaica con la que abríamos el capítulo: si el suelo es en gran medida espacio vacío, ¿por qué no lo atravesamos? Esta cuestión tiene una historia larga y venerable, y la respuesta no se demostró hasta fechas sorprendentemente recientes, en 1967, en un artículo escrito por Freeman Dyson y Andrew Lenard. Ambos se embarcaron en la búsqueda de una demostración porque un colega había ofrecido una botella del mejor champán a quien fuese capaz de demostrar que la materia no debería simplemente hundirse sobre sí misma. Dyson calificó la demostración de extraordinariamente complicada, difícil y opaca, pero lo que probaron es que la materia solo puede ser estable si los

electrones cumplen el llamado principio de exclusión de Pauli, uno de los aspectos más fascinantes de nuestro universo cuántico.

Empezaremos haciendo un poco de numerología. En el capítulo anterior hemos visto que la estructura del átomo más sencillo, el de hidrógeno, se puede entender buscando las ondas cuánticas que encajan dentro del pozo de potencial del protón. Esto nos ha permitido entender, al menos cualitativamente, el espectro característico de la luz emitida por los átomos de hidrógeno. Si hubiésemos tenido tiempo, podríamos haber calculado los niveles de energía del átomo de hidrógeno. Todo estudiante universitario de física realiza este cálculo en algún momento, cuyo resultado concuerda a la perfección con los datos experimentales. Para nuestro propósito en el capítulo anterior, la simplificación de la «partícula en una caja» era suficientemente buena, porque contiene todos los aspectos fundamentales que queríamos destacar. Pero ahora necesitaremos una característica del cálculo completo, que se debe a que el átomo de hidrógeno real es tridimensional. En nuestro ejemplo de la partícula en una caja, solo consideramos una dimensión y obtuvimos una serie de niveles de energía caracterizados por un solo número, que denominamos  $n$ . Llamamos  $n = 1$  al nivel de energía más baja,  $n = 2$  al siguiente, etcétera. Como quizá era de esperar, cuando el cálculo se amplía al caso tridimensional resulta que se necesitan tres números para caracterizar todos los niveles de energía permitidos. Tradicionalmente, se denominan  $n$ ,  $l$  y  $m$ , y nos referimos a ellos como números cuánticos (en este capítulo, no hay que confundir  $m$  con la masa de la partícula). El número cuántico  $n$  es el equivalente del número  $n$  para una partícula en una caja. Toma valores enteros ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) y, en general, la energía de la partícula aumenta cuanto mayor es  $n$ . Los valores posibles de  $l$  y  $m$  están relacionados con  $n$ :  $l$  debe ser menor que  $n$  y puede ser cero (por ejemplo, si  $n = 3$ ,  $l$  puede ser 0, 1 o 2;  $m$  puede tomar cualquier valor entero entre menos  $l$  y más  $l$ . Así, si  $l = 2$ , entonces  $m$  puede ser igual a  $-2, -1, 0, 1$  o  $2$ ). No vamos a explicar de dónde proceden estos números, porque no aportaría nada a lo que ya sabemos. Baste con decir que las cuatro ondas de la figura 6.9 tienen los siguientes pares de

valores  $(n, l) = (1, 0), (2, 0), (2, 1)$  y  $(3, 0)$ , respectivamente (para todos ellos,  $m = 0$ ).<sup>25</sup>

Como hemos dicho, el número cuántico  $n$  es el principal en lo que a los valores de las energías permitidas para los electrones se refiere. Las energías permitidas también dependen en una pequeña medida del valor de  $l$ , aunque esto solo se refleja en medidas de alta precisión de la luz emitida. Bohr no tuvo en cuenta esta ligera dependencia cuando calculó por primera vez las energías de las líneas espectrales del hidrógeno, y su fórmula original se expresa únicamente en función de  $n$ . La energía del electrón no depende en absoluto de  $m$ , a menos que coloquemos el átomo en el interior de un campo magnético (de hecho,  $m$  se conoce como el «número cuántico magnético»), pero esto no significa en modo alguno que no sea importante. Para ver por qué, continuemos con nuestro ejercicio de numerología.

Si  $n = 1$ , ¿cuántos niveles de energía distintos hay? Aplicando las reglas que acabamos de exponer, cuando  $n = 1$ ,  $l$  y  $m$  solo pueden tomar el valor cero, de manera que solo existe un único nivel de energía.

Veamos qué sucede para  $n = 2$ : ahora  $l$  puede tomar dos valores, 0 y 1. Si  $l = 1$ , entonces  $m$  puede ser igual a  $-1, 0$  o  $+1$ , lo que supone tres niveles de energía adicionales, para un total de cuatro.

Para  $n = 3$ ,  $l$  puede ser 0, 1 o 2. Para  $l = 2$ ,  $m$  puede ser igual a  $-2, -1, 0, +1$  o  $+2$ , lo que resulta en cinco niveles. Así pues, en total hay  $1 + 3 + 5 = 9$  niveles para  $n = 3$ , etcétera.

Recordemos estos números para los tres primeros valores de  $n$ : 1, 4 y 9. Ahora echemos un vistazo a la figura 7.1, que muestra las cuatro primeras filas de la tabla periódica de los elementos químicos, y contemos cuántos hay en cada fila. Dividamos este número entre 2, y obtendremos 1, 4, 4 y 9. Pronto veremos lo que significa todo esto.

Esta disposición de los elementos químicos se suele atribuir al químico ruso Dimitri Mendeléiev, que la presentó a la Sociedad Rusa de Química el 6 de marzo

de 1869, unos cuantos años antes de que nadie supiese cómo calcular el número de niveles de energía permitidos para el átomo de hidrógeno.

Grupo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
1	1 H																		2 He
2	3 Li	4 Be											5 B	6 C	7 N	8 O	9 F	10 Ne	
3	11 Na	12 Mg											13 Al	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar	
4	19 K	20 Ca	21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr	

Figura 7.1. Las cuatro primeras filas de la tabla periódica.

Mendeléiev dispuso los elementos en orden creciente de su peso atómico, lo que en el lenguaje moderno corresponde al número de protones y neutrones presentes en el interior del núcleo atómico, a pesar de que por aquel entonces, obviamente, él tampoco sabía nada de esto. En realidad, el orden de los elementos corresponde al número de protones en el núcleo (el número de neutrones es irrelevante), pero para los elementos más ligeros no hay diferencia, razón por la cual Mendeléiev acertó. Decidió colocar los elementos en filas y columnas porque se dio cuenta de que algunos de ellos tenían propiedades químicas muy parecidas, aunque sus pesos atómicos eran diferentes: las columnas agrupan dichos elementos (helio, neón, argón y kriptón, en la columna de la derecha de la tabla, son todos gases inertes). Mendeléiev no solo acertó con el patrón, sino que también predijo la existencia de nuevos elementos que rellenarían los huecos en su tabla: los elementos 31 y 32 (galio y germanio) se descubrieron en 1875 y 1886, y confirmaron que Mendeléiev había descubierto algo profundo sobre la estructura de los átomos, aunque nadie sabía el qué.

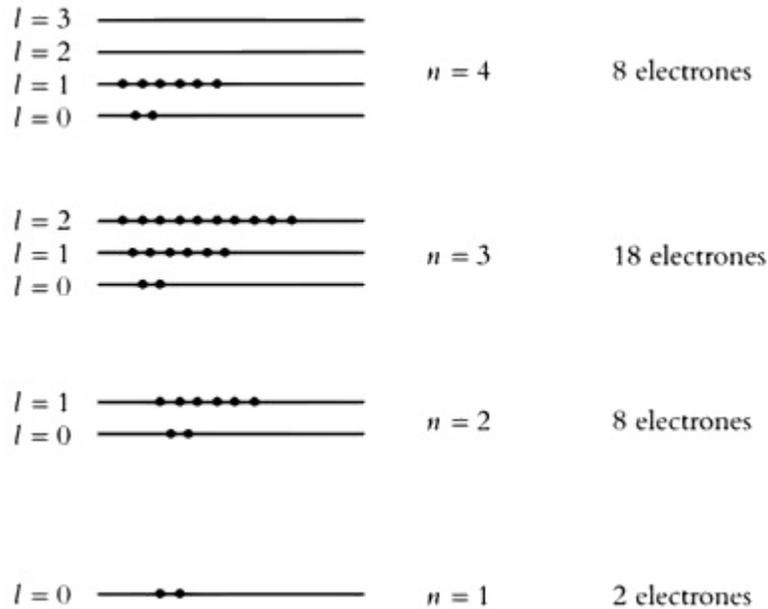
Lo que resulta llamativo es que hay dos elementos en la primera fila, ocho en la segunda y la tercera, y dieciocho en la cuarta, y estas cifras son exactamente el doble de los números que acabamos de calcular al contar los niveles de energía permitidos en el hidrógeno. ¿Por qué sucede esto?

Como ya hemos comentado, los elementos en la tabla periódica están ordenados en filas y de izquierda a derecha según el número de protones en el núcleo, que coincide con el de electrones. Recordemos que todos los átomos son eléctricamente neutros (las cargas eléctricas positivas de los protones se compensan exactamente con las cargas negativas de los electrones). Está claro que aquí sucede algo interesante que relaciona las propiedades químicas de los elementos con las energías permitidas para los electrones que orbitan alrededor de un núcleo.

Podemos imaginar que creamos átomos más pesados a partir de los más ligeros añadiendo protones, neutrones y electrones de uno en uno, teniendo siempre en cuenta que cada vez que añadimos un protón adicional al núcleo tenemos que hacer lo propio con un electrón en alguno de los niveles de energía. Nuestro ejercicio de numerología generará el patrón que observamos en la tabla periódica si mantenemos que cada nivel de energía puede contener dos y solamente dos electrones. Veamos cómo funciona esto.

El hidrógeno posee solo un electrón, que se introduciría en el nivel  $n = 1$ . El helio tiene dos electrones, que encajarían ambos en el nivel  $n = 1$ . Ahora este nivel está lleno. Para crear el litio debemos añadir un tercer electrón, que tendrá que ir en el nivel  $n = 2$ . Los siguientes siete electrones, correspondientes a los siguientes siete elementos (berilio, boro, carbono, nitrógeno, oxígeno, flúor y neón), también caben en un nivel con  $n = 2$ , porque tiene cuatro huecos disponibles, correspondientes a  $l = 0, l = 1, m = -1, 0$  y  $+1$ . Así obtenemos todos los elementos hasta el neón. Con este se completan los niveles  $n = 2$  y a partir del sodio debemos pasar a  $n = 3$ . Los siguientes ocho electrones, uno por uno, empiezan a rellenar los niveles  $n = 3$ ; primero, los electrones ocupan  $l = 0$ , y después pasan a  $l = 1$ . Así completamos la tercera fila, hasta llegar al argón. La cuarta fila de la tabla se puede explicar si suponemos que contiene los demás electrones con  $n = 3$  (es decir, los diez electrones para los que  $l = 2$ ) y aquellos con  $n = 4$  y  $l = 0$  y  $1$  (que supone ocho electrones), alcanzando en total el número mágico de dieciocho electrones. En la figura 7.2 hemos representado cómo los electrones rellenan los niveles de energía

del elemento más pesado de nuestra tabla, el kriptón (que posee treinta y seis electrones).



*Figura 7.2. Relleno de los niveles de energía del kriptón. Los puntos representan electrones y las líneas horizontales representan los niveles de energía, definidos por los números cuánticos  $n$ ,  $l$  y  $m$ . Hemos agrupado los niveles con distintos valores de  $m$  pero valores idénticos de  $n$  y  $l$ .*

Para elevar todo lo que acabamos de decir de mera numerología a la categoría de ciencia, es necesaria una explicación. En primer lugar, necesitamos explicar por qué los elementos de la primera columna poseen propiedades químicas similares. Lo que está claro de nuestra disposición es que el proceso de rellenar los niveles con valores crecientes de  $n$  comienza con el primer elemento de cada una de las tres primeras filas. En particular, el hidrógeno, con un solo electrón, es el primero del nivel  $n = 1$ , que está por lo demás vacío; el litio es el primer elemento de la segunda fila, con un solo electrón en el nivel  $n = 2$ , y el sodio abre la tercera fila con un único electrón en el nivel  $n = 3$ . Esta tercera fila es un poco extraña porque no contiene dieciocho elementos, a pesar de que ese es el número máximo de

electrones que puede contener el nivel  $n = 3$ . Pero podemos imaginar lo que sucede: los primeros ocho electrones rellenan los niveles  $n = 3$  con  $l = 0$  y  $l = 1$  y después, por alguna razón, tenemos que saltar a la cuarta fila. Esta contiene los diez electrones restantes de los niveles  $n = 3$  con  $l = 2$  y los ocho electrones de los niveles  $n = 4$  con  $l = 0$  y  $l = 1$ . El hecho de que no exista una correlación perfecta entre las filas y los valores de  $n$  indica que la relación entre la química y las cuentas de los niveles de energía no es tan sencilla como creíamos. Sin embargo, ahora se sabe que el potasio y el calcio, los dos primeros elementos de la cuarta fila, tienen electrones en el nivel  $n = 4$ ,  $l = 0$ , y que los siguientes diez elementos (del escandio al zinc) tienen sus electrones en los niveles  $n = 3$ ,  $l = 2$  que aún estaban libres.

Para entender por qué los niveles con  $n = 3$  y  $l = 2$  se retrasan hasta después del calcio, es necesario explicar por qué la energía de los niveles  $n = 4$ ,  $l = 0$ , que contienen los electrones del potasio y el calcio, es menor que la de los niveles  $n = 3$ ,  $l = 2$ . Recordemos que el «estado fundamental» de un átomo estará caracterizado por la configuración de los electrones de menor energía, porque cualquier estado excitado siempre puede rebajar su energía emitiendo un fotón. Así pues, cuando decimos que «tal átomo contiene tales electrones situados en tales niveles» nos estamos refiriendo a la configuración de menor energía de los electrones. Por supuesto, no hemos hecho ningún intento de calcular cuáles son realmente esos niveles, por lo que en realidad no estamos en posición de ordenarlos según sus energías. De hecho, calcular las energías permitidas del electrón en un átomo de más de dos electrones es una tarea realmente difícil, e incluso el caso de dos electrones (el helio) no es tan fácil. La idea sencilla de que los niveles se organizan en orden creciente del valor de  $n$  proviene de los cálculos para el átomo de hidrógeno, que son mucho más fáciles, y donde se cumple que el nivel  $n = 1$  es el de menor energía, seguido de los niveles  $n = 2$ , los de  $n = 3$ , etcétera.

La consecuencia evidente de lo que hemos expuesto es que los elementos del extremo derecho de la tabla corresponden a átomos en los que se acaba de rellenar algún conjunto de niveles de energía. En particular, para el helio está lleno el nivel

$n = 1$ , mientras que para el neón es el nivel  $n = 2$  y para el argón el nivel  $n = 3$  está completamente poblado, al menos para  $l = 0$  y  $l = 1$ . Podemos desarrollar estas ideas un poco más y comprender algunos conceptos importantes en química. Por suerte, no estamos escribiendo un libro de texto de química, por lo que podemos ser breves, así que, aun a riesgo de despachar toda una disciplina en un solo párrafo, allá vamos.

La observación clave es que los átomos pueden unirse al compartir electrones (nos encontraremos con esta idea en el capítulo siguiente, cuando analicemos cómo un par de átomos de hidrógeno pueden ligarse para crear una molécula). La regla general es que a los elementos les gusta tener todos sus niveles de energía perfectamente rellenos. En los casos del helio, el neón, el argón y el kriptón, los niveles ya están llenos del todo, por lo que no «se molestan» en reaccionar con nada. Los demás elementos pueden «intentar» llenar sus niveles compartiendo electrones con otros. Por ejemplo, el hidrógeno necesita un electrón adicional para rellenar su nivel  $n = 1$ . Puede lograrlo compartiendo un electrón con otro átomo de hidrógeno. Al hacerlo, forma una molécula de hidrógeno, cuyo símbolo químico es  $H_2$ . Esta es la forma común en la que puede existir el gas de hidrógeno. El carbono tiene cuatro electrones de un total de ocho posibles en sus niveles  $n = 2$ ,  $l = 0$  y  $l = 1$ , y «querría» otros cuatro para rellenarlos, si fuese posible. Puede conseguirlos uniéndose con cuatro átomos de hidrógeno para formar  $CH_4$ , el gas que conocemos como metano. Asimismo lo puede hacer vinculándose a dos átomos de oxígeno, cada uno de los cuales necesita a su vez dos electrones para completar su conjunto de niveles  $n = 2$ . Esto da lugar al  $CO_2$ : dióxido de carbono. El oxígeno también podría completar su conjunto de niveles con dos átomos de hidrógeno, creando  $H_2O$ : el agua, etcétera. Esta es la base de la química: desde un punto de vista energético, es preferible que los átomos rellenen con electrones sus niveles de energía, incluso si para ello tienen que compartirlos con un vecino. Su «deseo» de hacerlo, que en última instancia tiene su origen en el principio según el cual las cosas tienden a su estado de menor energía, es lo que conduce a la formación de

todas las cosas, desde el agua al ADN. Ahora podemos entender por qué, en un mundo rico en hidrógeno, oxígeno y carbono, son tan abundantes el dióxido de carbono, el agua y el metano.

Esto es muy prometedor, pero aún debemos explicar una última pieza del rompecabezas: ¿cuál es la razón por la que solo caben dos electrones en cada nivel de energía disponible? Esta es una formulación del principio de exclusión de Pauli, que resulta claramente necesario para que todo lo que hemos estado discutiendo se sostenga. Sin él, los electrones se acumularían alrededor del núcleo en el nivel de menor energía posible, lo cual es peor de lo que parece, porque entonces no habría moléculas y, por lo tanto, tampoco vida en el universo.

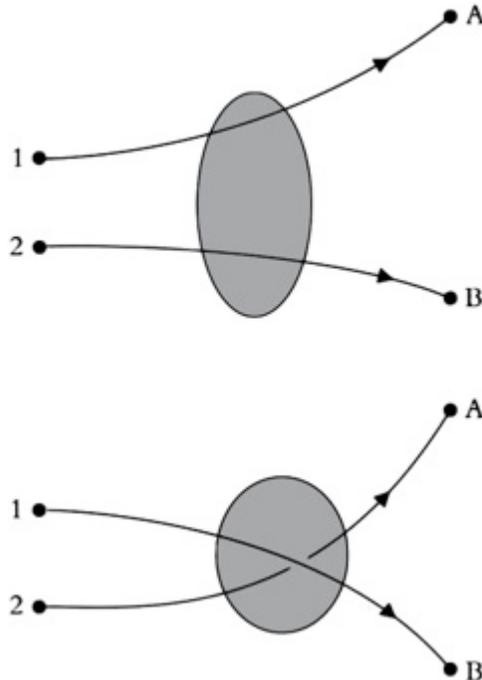
La idea de que dos (y solo dos) electrones pueden ocupar cada nivel de energía parece un poco arbitraria, y durante muchos años nadie sabía por qué tenía que ser así cuando se propuso por primera vez. El avance inicial fue obra de Edmund Stoner, hijo de un jugador de críquet profesional (que marcó ocho *wickets* contra Sudáfrica en 1907, para los lectores del *Wisden Cricketers' Almanack*) y antiguo alumno de Rutherford que más tarde dirigiría el Departamento de Física de la Universidad de Leeds. En octubre de 1924, Stoner propuso que en cada nivel de energía definido por los números cuánticos ( $n, l, m$ ) deberían poder coexistir dos electrones. Pauli desarrolló la hipótesis de Stoner y en 1925 publicó una regla que Dirac vinculó con su nombre un año más tarde. El principio de exclusión, tal y como lo propuso originalmente Pauli, afirma que dos electrones en un átomo no pueden compartir los mismos números cuánticos. El problema al que se enfrentaba era que en apariencia dos electrones sí podían compartir cada conjunto de valores de  $n, l$  y  $m$ . Pauli sorteó esta dificultad introduciendo un nuevo número cuántico. Fue una conjetura: no sabía lo que representaba, pero tenía que tomar uno de entre solo dos valores posibles. Pauli escribió lo siguiente: «No podemos ofrecer un motivo más preciso para esta regla». En 1925, un artículo escrito por George Uhlenbeck y Samuel Goudsmit arrojó más luz al asunto. Motivados por las precisas

mediciones de los espectros atómicos, identificaron el número cuántico adicional de Pauli con una propiedad física real del electrón, conocida como «espín».

La idea fundamental del espín es muy sencilla, y data de 1903, bastante tiempo antes de que apareciera la teoría cuántica. Unos pocos años antes de su descubrimiento, el físico alemán Max Abraham propuso que el electrón era una diminuta esfera giratoria cargada eléctricamente. Si fuese así, los electrones se verían afectados por los campos magnéticos, dependiendo de la orientación del campo respecto al eje de su espín. En su artículo de 1925, que se publicó tres años después de la muerte de Abraham, Uhlenbeck y Goudsmit señalaron que el modelo de la bola giratoria no podía funcionar porque, para explicar los datos de las observaciones, el electrón tendría que girar más rápido que la velocidad de la luz. Pero el espíritu de la idea era correcto: el electrón sí posee una propiedad llamada «espín», que afecta a su comportamiento en un campo magnético. Su verdadero origen, no obstante, es una consecuencia directa y sutil de la teoría de la relatividad especial de Einstein que solo se comprendió adecuadamente cuando Paul Dirac escribió en 1928 una ecuación que describía el comportamiento cuántico del electrón. Para lo que nos interesa aquí, solo necesitamos saber que hay dos tipos de electrones, a los que nos referiremos como «espín hacia arriba» y «espín hacia abajo», que se distinguen por tener valores opuestos del momento angular (es decir, es como si girasen en direcciones opuestas). Es una lástima que Abraham muriese apenas unos años antes de que se descubriera la verdadera naturaleza del espín, porque él nunca renunció a su convicción de que el electrón era una pequeña esfera. En su obituario, Max Born y Max von Laue escribieron: «Fue un adversario honorable que luchó con armas honestas y que no reaccionó a una derrota con lamentos y argumentos no factuales. [...] Amaba su éter absoluto, sus ecuaciones de campo, su electrón rígido, como un joven ama su primera pasión, cuyo recuerdo ninguna experiencia posterior puede extinguir». Ojalá todos los adversarios fuesen como Abraham.

Nuestro objetivo en lo que resta de capítulo es explicar por qué los electrones presentan el extraño comportamiento que dicta el principio de exclusión de Pauli. Y para ello, como de costumbre, utilizaremos nuestros relojes cuánticos.

Podemos abordar la cuestión pensando qué sucede cuando dos electrones «rebotan» entre sí. La figura 7.3 ilustra una situación concreta en la que dos electrones, etiquetados como «1» y «2», parten de algún lugar y acaban en algún otro sitio. Denominaremos A y B a sus posiciones finales. Las superficies sombreadas están ahí para recordarnos que aún no hemos visto lo que sucede cuando dos electrones interactúan (los detalles son irrelevantes a efectos de esta discusión).



*Figura 7.3. Dispersión de dos electrones.*

Lo único que debemos imaginar es que el electrón 1 salta de su posición inicial y acaba en el punto A. Análogamente, el electrón 2 termina en el punto B. Esto es lo que se refleja en la primera de las dos imágenes de la figura. De hecho, el argumento que estamos a punto de presentar funciona bien aunque ignoremos la posibilidad de que los electrones puedan interactuar. En ese caso, el electrón salta

hasta A sin importarle cómo deambule el electrón 2, y la probabilidad de encontrar el electrón 1 en A y el electrón 2 en B es simplemente el producto de dos probabilidades independientes.

Por ejemplo, supongamos que la probabilidad de que el electrón salte hasta el punto A es del 45%, y la de que el electrón 2 llegue al punto B es del 20%. La probabilidad de encontrar al electrón 1 en A y al electrón 2 en B es de  $0,45 \times 0,2 = 0,09 = 9\%$ . Lo único que estamos haciendo aquí es aplicar la lógica que dice que la probabilidad de lanzar una moneda al aire y que salga «cruz» y al mismo tiempo lanzar un dado y obtener un «seis» es un medio multiplicado por un sexto, que es igual a  $\frac{1}{12}$ , algo más del 8%.<sup>26</sup>

Como ilustra la figura, hay una segunda manera de que los electrones acaben en A y B. Es posible que el electrón 1 salte hasta B mientras que el 2 lo hace hasta el punto A. Supongamos que la probabilidad de encontrar al electrón 1 en B es del 5% y la de encontrar al electrón 2 en A es del 20%. Entonces, la probabilidad de encontrar al electrón 1 en B y al electrón 2 en A es de  $0,05 \times 0,2 = 0,01 = 1\%$ .

Por lo tanto, tenemos dos maneras de llevar nuestros dos electrones a A y B, una cuya probabilidad es del 9% y otra para la cual es del 1%. La probabilidad de tener un electrón en A y otro en B, si no nos importa cuál es cuál, debería ser por tanto de  $9\% + 1\% = 10\%$ . Sencillo, pero erróneo.

El error está en suponer que es posible saber qué electrón llega a A y cuál lo hace al punto B. ¿Y si los electrones son idénticos entre sí en todos los sentidos? Quizá parezca una pregunta irrelevante, pero no lo es. Por cierto, la posibilidad de que las partículas cuánticas podrían ser exactamente idénticas se introdujo por primera vez en relación con la ley de la radiación del cuerpo negro de Planck. Ya en 1911, un físico poco conocido llamado Ladislas Natanson había señalado que la ley de Planck era incompatible con la suposición de que los fotones se podían tratar como partículas identificables. Es decir, si pudiésemos marcar un electrón y seguir sus movimientos, no tendríamos la ley de Planck.

Si los electrones 1 y 2 son absolutamente idénticos, entonces debemos describir el proceso de dispersión así: inicialmente hay dos electrones, un poco después sigue habiendo dos electrones situados en otros lugares distintos. Como hemos visto, las partículas cuánticas no describen trayectorias bien definidas, lo cual significa que no hay manera de seguirles el rastro, ni siquiera al principio. Por lo tanto, no tiene sentido afirmar que el electrón 1 aparece en A y el electrón 2 en B. Sencillamente, no los podemos distinguir, por lo que es inútil etiquetarlos. Esto es lo que significa que dos partículas son «idénticas» en la teoría cuántica. ¿Adónde nos conduce esta línea de razonamiento?

Fijémonos de nuevo en la figura. Para este proceso en particular, las dos probabilidades que asociamos con los dos diagramas (9% y 1%) no son erróneas. Pero tampoco reflejan toda la historia. Sabemos que las partículas cuánticas están descritas por relojes, así que debemos asociar un reloj al electrón 1 que llega al punto A, cuyo tamaño es igual a la raíz cuadrada de 45%. Análogamente, hay un reloj asociado al electrón 2 que llega al punto B, de tamaño igual a la raíz cuadrada de 20%.

Aquí aparece una nueva regla cuántica según la cual debemos asociar un único reloj al proceso en su conjunto, es decir, que existe un reloj cuyo tamaño al cuadrado es igual a la probabilidad de encontrar al electrón 1 en A y al electrón 2 en B. Dicho de otra manera, hay un único reloj asociado a la primera imagen de la figura 7.3. Podemos ver que este reloj debe tener un tamaño igual a la raíz cuadrada de 9%, porque esa es la probabilidad de que se produzca el proceso. Pero ¿qué hora marca? La respuesta a esta pregunta la trataremos en el capítulo 10, e implica la idea de la multiplicación de relojes. En lo que respecta a este capítulo, no tenemos que saber la hora, solo necesitamos la importante nueva regla que acabamos de exponer, y que merece la pena repetir, por tratarse de una afirmación muy general sobre la mecánica cuántica: debemos asociar un único reloj a cada manera en que un proceso entero puede suceder. El reloj que asociamos al hecho de encontrar una sola partícula en una sola ubicación es el ejemplo más sencillo de esta regla, y

hemos conseguido llegar hasta aquí en el libro con él. Pero se trata de un caso especial, y en cuanto empezamos a pensar en más de una partícula necesitamos ampliar la regla.

Esto significa que hay un reloj de tamaño igual a 0,3 asociado a la primera imagen de la figura y otro cuyo tamaño es igual a 0,1 (porque  $0,1$  al cuadrado es igual a  $0,01 = 1\%$ ) vinculado a la segunda imagen. Por lo tanto, tenemos dos relojes y queremos encontrar la manera de utilizarlos para determinar la probabilidad de encontrar un electrón en A y otro en B. Si pudiésemos distinguirlos, la respuesta sería sencilla: no tendríamos más que sumar las probabilidades (y no los relojes) asociadas con cada posibilidad, y obtendríamos un resultado del 10%.

Pero, si no hay manera de distinguir cuál de los diagramas sucede realmente, que es lo que ocurre si los electrones son indistinguibles entre sí, entonces, siguiendo la lógica que hemos desarrollado para el caso de una partícula que salta de un sitio a otro, tendremos que combinar los relojes. Lo que buscamos es una generalización de la regla según la cual, para determinar la probabilidad de encontrar una partícula en un punto, debemos sumar los relojes correspondientes a todas las maneras distintas en que dicha partícula puede alcanzar ese punto. En un sistema de muchas partículas idénticas, para determinar la probabilidad de que estas se encuentren en un conjunto determinado de posiciones, debemos combinar todos los relojes asociados a cada una de las maneras distintas en las que las partículas pueden alcanzar esas posiciones. Esto es lo suficientemente importante como para que lo leamos varias veces: debería quedar claro que esta nueva ley para la combinación de relojes es una generalización directa de la regla que hemos estado usando para una sola partícula. No obstante, puede que haya notado lo cuidadosos que hemos sido a la hora de elegir nuestras palabras. No hemos dicho que los relojes deban necesariamente sumarse, sino que deben combinarse. Nuestra precaución está justificada.

Lo evidente sería sumar los relojes. Pero antes de proceder a ello deberíamos preguntarnos si hay alguna razón de peso por la que esto sea correcto. Este es un

buen ejemplo de cómo en física no hay que dar nada por sentado, y de cómo analizar nuestros supuestos a menudo nos permite profundizar en nuestra comprensión. Detengámonos un momento y pensemos en la situación más general que podamos imaginar, que consistiría en contemplar la posibilidad de que la manecilla de uno de los relojes girase o cambiase de tamaño antes de sumarlos. Analicémosla con mayor detenimiento.

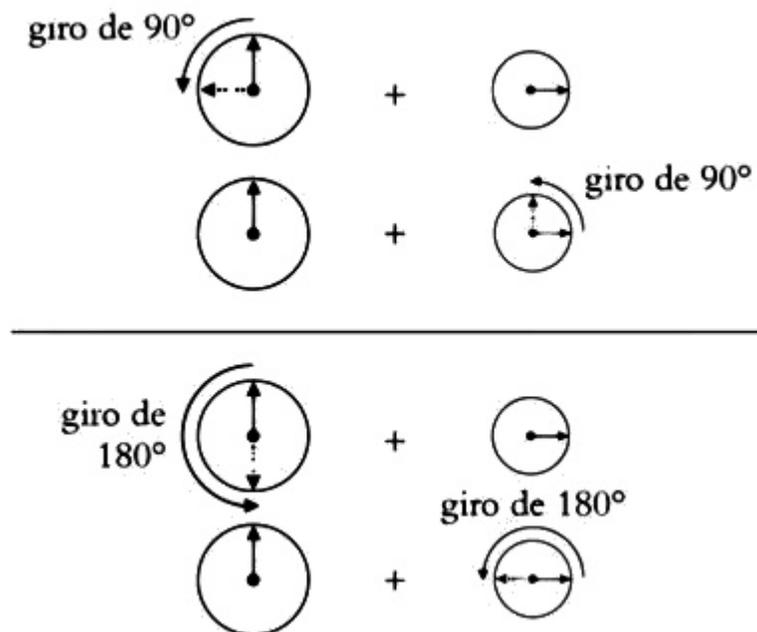
Lo que estamos diciendo es «Tenemos dos relojes y queremos combinarlos para crear uno solo mediante el cual saber cuál es la probabilidad de que los dos electrones se encuentren en A y B. ¿Cómo deberíamos combinarlos?». No estamos anticipando una respuesta, porque queremos entender si la regla que debemos aplicar realmente es la de sumar los relojes. Resulta que no tenemos mucho margen de maniobra, y que, sorprendentemente, sumar los relojes es una de las dos únicas posibilidades existentes. Para simplificar la discusión, nos referiremos al reloj correspondiente a que la partícula 1 salte al punto A y la partícula 2 salte a B como el reloj 1. Este es el reloj relacionado con la imagen superior de la figura 7.3. El reloj 2 corresponde a la otra opción, en la que la partícula 1 salta al punto B, mientras que la partícula 2 lo hace al punto A. Esta es una idea importante: si giramos la manecilla del reloj 1 en determinada magnitud antes de sumarlo con el reloj 2, la probabilidad final que calculemos habrá de ser la misma que si optamos por proporcionar ese mismo giro al reloj 2 antes de sumarlo al reloj 1.

Para ver lo que esto significa, fijémonos en que intercambiar las etiquetas A y B en nuestros diagramas claramente no cambia nada. Es solo otra manera de describir el mismo proceso. Pero ese intercambio de A y B implica también un intercambio de los diagramas de la figura 7.3. Esto significa que si decidimos girar la manecilla del reloj 1 (correspondiente a la imagen superior) antes de sumarlo con el reloj 2, esto debe corresponder exactamente a girar la del reloj 2 antes de sumarlo con el reloj 1, después de haber intercambiado las etiquetas. Esta parte del razonamiento es fundamental, así que insistiremos en ella. Como hemos supuesto que no hay

manera de distinguir las dos partículas, podemos intercambiar las etiquetas entre sí allí donde aparecen.

Esto implica que un giro de la manecilla del reloj 1 debe dar el mismo resultado que cuando aplicamos ese mismo giro al reloj 2, porque no hay manera de distinguirlos.

No se trata de una observación trivial, sino que tiene una consecuencia muy importante, porque solo hay dos maneras posibles de jugar con los giros y contracciones de los relojes antes de sumarlos que permitirán obtener un reloj final con la propiedad de que no dependa de sobre cuál de los dos relojes se apliquen los cambios.



*Figura 7.4. La parte superior de la figura ilustra el hecho de que sumar los relojes 1 y 2 después de hacer girar 90° la manecilla del reloj 1 no es lo mismo que sumarlos después de haber introducido un giro de 90° en la manecilla del reloj 2. La parte inferior muestra la interesante posibilidad de hacer girar 180° la manecilla de uno de los relojes antes de sumarlos.*

Esta situación se ilustra en la figura 7.4. La mitad superior de la figura muestra cómo, si giramos  $90^\circ$  el reloj 1 y lo sumamos al 2, el reloj resultante no es del mismo tamaño que el que obtendríamos si girásemos  $90^\circ$  el reloj 2 y lo sumásemos al 1. Podemos verlo porque, si empezamos girando la manecilla del reloj 1, la nueva manecilla, representada por la flecha de puntos, señala en la dirección opuesta a la del reloj 2, y por tanto se cancela parcialmente. En cambio, si giramos la aguja del reloj 2, acabaría apuntando en la misma dirección que la del 1 y, por lo tanto, se sumarían para dar lugar a una más grande.

Debería ser evidente que los 90 grados no tienen nada de especial, y que otros ángulos resultarían también en relojes que dependerían de cuál de los dos relojes originales, el 1 o el 2, decidiésemos girar.

La excepción evidente es un ángulo de cero grados, porque en ese caso daría igual cuál de los dos relojes girásemos. Esto significa que sumar relojes sin ningún giro previo es una posibilidad viable. Análogamente, también podríamos girar ambos relojes en el mismo ángulo, pero en realidad esto es lo mismo que no girarlos y corresponde a redefinir lo que entendemos por «12 en punto». Esto equivale a decir que siempre tenemos la libertad de girar los relojes en un ángulo, siempre que sea el mismo para todos, sin que afecte a las probabilidades que estamos intentando calcular.

La mitad inferior de la figura 7.4 ilustra que existe, quizá sorprendentemente, otra manera de combinar los relojes: podríamos hacer que uno de ellos girase 180 grados antes de sumarlos. Esto no produce exactamente el mismo reloj en ambos casos, pero sí un reloj del mismo tamaño, lo cual significa que da lugar a la misma probabilidad de encontrar un electrón en A y otro en B.

Un razonamiento similar permite descartar la posibilidad de encoger o agrandar uno de los relojes antes de sumarlos, porque si encogiésemos el reloj 1 en alguna proporción antes de sumarlo con el 2, normalmente no daría el mismo resultado que si encogiésemos el reloj 2 en esa misma cantidad antes de sumarlo al reloj 1, y esa regla no tiene excepciones.

De lo anterior podemos extraer una conclusión interesante. Aunque hemos empezado permitiéndonos una libertad completa, hemos descubierto que, puesto que no hay manera de distinguir las partículas, en la práctica solo tenemos dos formas de combinar los relojes: podemos sumarlos directamente o bien hacerlo después de haber girado uno u otro de ellos 180 grados. Lo verdaderamente maravilloso es que la naturaleza aprovecha ambas posibilidades.

En el caso de los electrones, debemos incorporar el giro adicional antes de sumar los relojes. Para partículas como los fotones, o los bosones de Higgs, tenemos que sumarlos sin él. Así pues, en la naturaleza hay dos tipos de partículas: las que necesitan el giro se llaman fermiones y las que no, bosones. ¿Qué determina si una partícula es fermión o bosón? Su espín.

El espín es una medida del momento angular de una partícula, y resulta que los fermiones siempre tienen espín de valor semi entero,<sup>27</sup> mientras que los bosones siempre poseen espín entero. Decimos que el electrón tiene espín  $1/2$ , que el fotón tiene espín 1 y que el bosón de Higgs posee espín 0. Hemos evitado abordar los entresijos del espín en este libro, porque en general es un detalle técnico. No obstante, cuando hemos visto la tabla periódica sí hemos necesitado saber que hay dos tipos de electrones, correspondientes a los dos valores posibles de su momento angular (espín hacia arriba y hacia abajo). Este es un caso particular de una regla general que afirma que existen  $2s + 1$  tipos de las partículas de espín  $s$ . Por ejemplo, hay dos tipos de partículas de espín  $1/2$  (como los electrones), tres tipos de partículas de espín 1 y un solo tipo de partículas de espín 0. La relación entre el momento angular de una partícula y la forma en que hemos de combinar los relojes se conoce como «teorema de la estadística del espín», que surge cuando la teoría cuántica se formula de manera que sea compatible con la teoría de la relatividad especial de Einstein. Más concretamente, es una consecuencia directa de garantizar que se respeta el principio de causalidad. Por desgracia, la deducción del teorema de la estadística del espín queda fuera del alcance de este libro (de hecho, del de

muchos libros). En *The Feynman Lectures on Physics*, Richard Feynman dice al respecto:

*Pedimos disculpas por no poder ofrecer una explicación elemental. Pauli ha desarrollado una explicación a partir de complicados argumentos de teoría cuántica de campos y relatividad, y ha demostrado que ambas deben ir necesariamente de la mano, pero no hemos sido capaces de encontrar la manera de reproducir sus argumentos a un nivel básico. Parece que es uno de los pocos casos en la física en que, aunque una regla se puede expresar de manera muy sencilla, nadie ha encontrado una explicación sencilla y fácil de la misma.*

Teniendo en cuenta que Feynman escribió lo anterior en un libro de texto de nivel universitario, no podemos por más que darle la razón. Pero la regla es sencilla, y tendrá que confiar en nosotros cuando le decimos que se puede demostrar: a los fermiones hay que propinarles un giro; a los bosones, no. Resulta que este giro es la razón del principio de exclusión y, por lo tanto, de la estructura de los átomos. Y, después de tanto esfuerzo, esto es algo que ahora podemos explicar muy fácilmente.

Imaginemos que desplazamos los puntos A y B de la figura 7.3 de manera que cada vez estén más juntos. Cuando estén muy próximos, los relojes 1 y 2 deben ser casi del mismo tamaño y marcar prácticamente la misma hora. Cuando A y B coinciden, los relojes deben ser idénticos. Esto debería ser evidente, porque el reloj 1 corresponde a una partícula que acaba en el punto A y el reloj 2 representa, en este caso especial, exactamente lo mismo, porque ambos puntos coinciden. No obstante, aún tenemos dos relojes, y hemos de sumarlos. Pero aquí está el truco: para los fermiones, tenemos que girar la manecilla de uno de los relojes 180 grados antes de sumarlos. Esto significa que ambos relojes marcarán siempre horas «opuestas» cuando A y B estén en el mismo sitio (si uno marca las 12 en punto, en el otro

serán las 6), por lo que al sumarlos siempre obtendremos como resultado un reloj de tamaño cero. Este es un resultado fascinante, porque significa que la probabilidad de encontrar dos electrones en el mismo lugar siempre es nula: las leyes de la mecánica cuántica hacen que se eviten mutuamente. Cuanto más se aproximan, menor es el reloj resultante, y menor es también la probabilidad de que eso suceda. Esta es una manera de expresar el famoso principio de Pauli: los electrones se evitan entre sí.

Al principio, tratábamos de demostrar que en un átomo de hidrógeno no podía haber dos electrones idénticos en el mismo nivel de energía. Aún no lo hemos demostrado con exactitud, pero la idea de que los electrones se evitan mutuamente sin duda tiene consecuencias para los átomos y para el hecho de que no atravesemos el suelo. Ahora podemos ver que no solo los electrones en los átomos empujan contra los electrones del suelo porque las cargas del mismo signo se repelen, sino que también lo hacen porque se evitan de manera natural, según el principio de exclusión de Pauli. Resulta que, como demostraron Dyson y Lenard, es esta propiedad de los electrones la que evita que atravesemos el suelo, y también obliga a los electrones a ocupar los distintos niveles de energía dentro de los átomos, proporcionándoles así su estructura y, en última instancia, dando lugar a la variedad de elementos químicos que observamos en la naturaleza. Claramente, este fenómeno físico tiene consecuencias muy importantes para nuestra vida cotidiana. En el último capítulo del libro veremos cómo el principio de exclusión de Pauli desempeña también un papel fundamental a la hora de evitar que algunas estrellas implosionen bajo la influencia de su propia gravedad.

Para finalizar, deberíamos explicar cómo del hecho de que dos electrones no pueden estar a la vez en el mismo sitio se sigue que dos electrones en un átomo no pueden tener los mismos números cuánticos, lo que significa que no pueden tener la misma energía y espín. Consideremos dos electrones con el mismo espín; queremos demostrar que no pueden ocupar el mismo nivel de energía. Si estuviesen en el mismo nivel, entonces necesariamente cada electrón estaría descrito con

exactitud por la misma nube de relojes distribuidos por el espacio (que representarían su correspondiente onda estacionaria). Para cada par de puntos en el espacio —llamémoslos X e Y— hay, pues, dos relojes. El reloj 1 corresponde al «electrón 1 en X» y el «electrón 2 en Y», mientras que el reloj 2 representa el «electrón 1 en Y» y el «electrón 2 en X». Sabemos por nuestras reflexiones anteriores que, para conocer la probabilidad de encontrar un electrón en X y el otro en Y, hay que sumar estos relojes después de haber girado uno de ellos 6 horas. Pero si los dos electrones poseen la misma energía, entonces los relojes 1 y 2 deben ser idénticos antes del crucial giro adicional. Después del giro, marcarán horas «opuestas» y, como antes, al sumarlos darán como resultado un reloj de tamaño cero. Esto sucede para cualquier ubicación particular de X e Y, por lo que la probabilidad de encontrar un par de electrones en la misma configuración de onda estacionaria, y por lo tanto con la misma energía, es absolutamente nula. Este hecho es, en última instancia, lo que explica la estabilidad de los átomos que forman nuestros cuerpos.

## Capítulo 8

### Interconectados

Hasta ahora hemos concentrado nuestra atención en la física cuántica de partículas y átomos aislados. Hemos aprendido que los electrones permanecen dentro de los átomos en estados de energía definida, conocidos como estados estacionarios, aunque el átomo puede encontrarse en una superposición de estos estados. También hemos aprendido que es posible que un electrón haga una transición de un estado de energía a otro con la consiguiente emisión de un fotón. Esta emisión de fotones hace tangibles los estados de energía en un átomo: observamos por todas partes los colores característicos de las transiciones atómicas. Sin embargo, nuestra experiencia física es de inmensos conjuntos de átomos unidos formando pegotes, y esto es motivo suficiente para que haya llegado el momento de plantearnos qué sucede cuando juntamos átomos.

El análisis de los conjuntos de átomos nos llevará por un camino en el que nos encontraremos con los enlaces químicos, las diferencias entre conductores y aislantes y, por último, los semiconductores. Estos interesantes materiales poseen propiedades que pueden utilizarse para fabricar diminutos dispositivos capaces de realizar operaciones lógicas elementales. Se conocen como transistores, y al enlazar millones de ellos juntos podemos fabricar microchips. Como veremos, la teoría de los transistores es profundamente cuántica. Cuesta imaginar cómo se podrían haber inventado y utilizado de no ser por la teoría cuántica, y también es difícil imaginar cómo sería el mundo moderno sin ellos. Son un ejemplo destacado de serendipity en ciencia: la exploración de la naturaleza, a la que nos mueve nuestra curiosidad innata y que tanto tiempo hemos dedicado a explicar con todo lujo de detalles tan alejados de nuestro sentido común, acaba dando lugar a una revolución en nuestras vidas cotidianas. Los peligros de tratar de clasificar y controlar la investigación científica se resumen maravillosamente en las palabras de William Shockley, uno

de los inventores del transistor y director del grupo de física del estado sólido en los Laboratorios Bell Telephone:

*Me gustaría expresar algunos puntos de vista sobre las palabras que se suelen utilizar para clasificar los tipos de investigación en el ámbito de la física. Por ejemplo: pura, aplicada, sin restricciones, fundamental, básica, académica, industrial, práctica... Me parece que, con demasiada frecuencia, estas palabras se utilizan en un sentido despectivo, por una parte para subestimar los objetivos prácticos de producir algo útil, y por otra, para desdeñar el posible valor a largo plazo de explorar nuevas áreas en las que es difícil prever la obtención de resultados útiles. Con frecuencia, me preguntan si un experimento que he planificado es investigación pura o aplicada. Para mí, es más importante saber si el experimento proporcionará conocimientos nuevos y probablemente duraderos sobre la naturaleza. Si es probable que genere esos conocimientos, entonces, en mi opinión, se trata de investigación fundamental de calidad. Y esto es mucho más importante que el hecho de si la motivación es, por una parte, la exclusiva satisfacción estética del investigador o, por otra, la mejora de la estabilidad de un transistor de alta potencia. Ambas son necesarias para proporcionar a la humanidad el mayor beneficio posible.<sup>28</sup>*

Puesto que esto lo dice el creador del que quizá sea el invento más útil desde la rueda, los políticos y altos cargos de todo el mundo harían bien en prestar atención. La teoría cuántica cambió el mundo, y es prácticamente seguro que las nuevas teorías que surgirán de la física de vanguardia actual volverán a cambiar nuestras vidas.

Como siempre, empezaremos por el principio y ampliaremos nuestro estudio de un universo que contiene una sola partícula a otro donde haya dos. Imaginemos, en particular, un universo simple que contenga dos átomos de hidrógeno aislados: dos

electrones ligados en órbita alrededor de sus respectivos protones, a gran distancia uno del otro. Más adelante empezaremos a acercar los átomos para ver qué ocurre, pero de momento supondremos que están muy alejados entre sí.

El principio de exclusión de Pauli afirma que dos electrones no pueden ocupar el mismo estado cuántico, porque los electrones son fermiones indistinguibles. En un primer momento, podríamos sentir la tentación de decir que, si los átomos están muy separados, los estados cuánticos de los electrones deberían ser muy diferentes, y que no hay mucho más que decir al respecto. Pero las cosas son muchísimo más interesantes. Imaginemos que ponemos el electrón número 1 en el átomo número 1 y el electrón número 2 en el átomo número 2. Transcurrido un tiempo, no tiene sentido decir que «el electrón número 1 sigue en el átomo número 1». Puede que ahora esté en el átomo número 2, porque siempre cabe la posibilidad de que el electrón haya dado un salto cuántico. Recordemos que todo lo que puede suceder, sucede, y los electrones pueden ir en un instante de un extremo a otro del universo. En el lenguaje de nuestros relojes, incluso si inicialmente los relojes que describen a uno de los electrones se acumulasen únicamente alrededor de uno de los protones, en el instante posterior estaríamos obligados a introducir relojes también en las proximidades del otro protón. E incluso si la orgía de interferencia cuántica implicase que los relojes próximos al otro protón fueran diminutos, su tamaño no sería cero, y siempre habría una probabilidad no nula de que el electrón estuviese ahí. La mejor manera de entender las consecuencias del principio de exclusión pasa por dejar de pensar en términos de dos átomos aislados para hacerlo en función del sistema en su conjunto: tenemos dos protones y dos electrones y nuestra tarea consiste en entender cómo se organizan. Simplifiquemos la situación ignorando la interacción electromagnética entre los dos electrones (que no será una mala aproximación si los protones están muy separados, y no afecta a nuestro argumento en ningún aspecto importante).

¿Qué sabemos sobre las energías permitidas para los electrones en los dos átomos? No necesitamos hacer ningún cálculo para tener una idea aproximada,

basta con utilizar lo que ya sabemos. Cuando los protones están muy separados (imaginemos que están a muchos kilómetros de distancia), las menores energías permitidas para los electrones deben con toda seguridad corresponder a la situación en la que están ligados a los protones dando lugar a dos átomos de hidrógeno aislados. En este caso, podríamos estar tentados de inferir que el estado de menor energía para el sistema completo de dos protones y dos electrones correspondería a dos átomos de hidrógeno en sus respectivos estados de menor energía, ignorándose mutuamente por completo. Pero, aunque parece correcto, no puede serlo. Debemos pensar en el sistema en su conjunto y, como un átomo de hidrógeno aislado, este sistema de cuatro partículas debe tener su propio espectro característico de energías permitidas para los electrones. Y, debido al principio de exclusión de Pauli, los electrones no pueden estar ambos exactamente en el mismo nivel de energía alrededor de cada protón, cada uno de ellos ignorando alegremente la existencia del otro.<sup>29</sup>

Parece que debemos concluir que el par de electrones idénticos en dos átomos de hidrógeno alejados entre sí no pueden tener la misma energía, pero también hemos dicho que esperamos que los electrones estén en el nivel de menor energía correspondiente a un átomo de hidrógeno ideal y completamente aislado. Ambas cosas no pueden ser ciertas, y si lo pensamos un poco nos daremos cuenta de que la manera de resolver el problema consiste en que haya no uno sino dos niveles de energía por cada nivel del átomo ideal y aislado. De esa manera, podríamos dar cabida a dos electrones sin violar el principio de exclusión. Para átomos que están muy separados, la diferencia entre las dos energías debe ser realmente muy pequeña, lo que permite hacer como si cada átomo ignorase la presencia del otro. Pero en realidad no es así, debido al alcance de los tentáculos del principio de exclusión de Pauli: si uno de los dos electrones se encuentra en un estado de energía, el otro debe estar en el segundo estado, con una energía diferente, y este estrecho vínculo entre los dos átomos persiste con independencia de la distancia que exista entre ellos.

Esta lógica se extiende más allá de los dos átomos: si hubiese veinticuatro átomos de hidrógeno desperdigados por todo el universo, por cada estado de energía en un universo de un solo átomo habría ahora veinticuatro estados de energía, todos ellos con valores muy similares pero no idénticos. Cuando un electrón en uno de los átomos ocupa determinado estado, lo hace «conociendo» perfectamente los estados de cada uno de los otros veintitrés electrones, independientemente de la distancia a la que se encuentren. Y así, cada electrón en el universo conoce el estado de todos los demás electrones. No tenemos por qué detenernos aquí: los protones y los neutrones también son fermiones, de manera que cualquier protón sabe de la existencia de cualquier otro protón, y lo mismo sucede con los neutrones. Existe una relación íntima entre las partículas que componen el universo que se extiende por todo el espacio. Es efímera, en el sentido de que para partículas muy distantes los niveles de energía son tan próximos entre sí que a efectos de nuestras vidas cotidianas no hay ninguna diferencia.

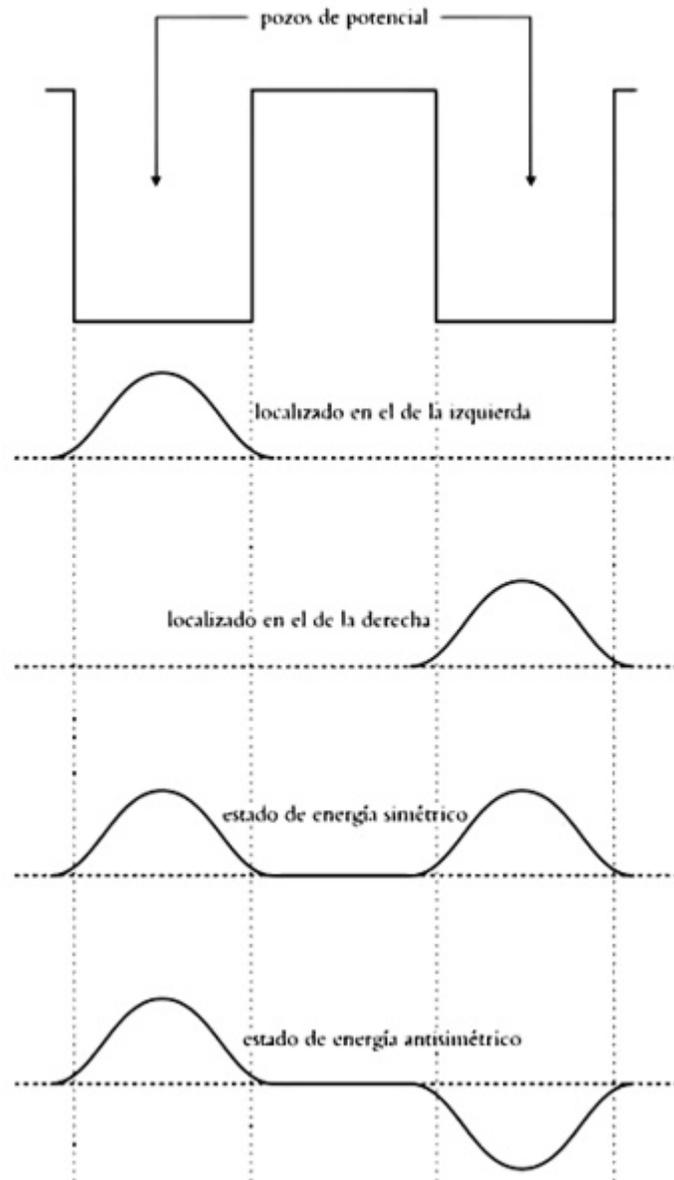
Esta es una de las conclusiones más aparentemente extrañas a las que hemos llegado a lo largo del libro. Decir que cada átomo en el universo está conectado con todos los demás puede parecer una brecha a través de la cual podría colarse todo tipo de charlatanería holística. Pero no hay nada aquí que no hayamos visto antes. Recordemos el pozo de potencial que hemos tratado en el capítulo 6. La anchura del pozo determina el espectro de niveles de energía permitidos, y a medida que aquella varía también lo hacen los niveles permitidos. Lo mismo sucede aquí, en el sentido de que la forma del pozo en el que se encuentran nuestros electrones, y por lo tanto los niveles de energía que pueden ocupar, está determinada por las posiciones de los protones. Si hay dos protones, el espectro de energía está determinado por las posiciones de ambos. Y si hay  $10^{80}$  protones que forman un universo, entonces la posición de cada uno de ellos afecta a la forma del pozo en el que se encuentran los  $10^{80}$  electrones. En todo momento, solo hay un conjunto de niveles de energía y cuando algo cambia (por ejemplo, un electrón pasa de un nivel

de energía a otro) todo lo demás debe ajustarse inmediatamente de manera que nunca haya dos fermiones en el mismo nivel de energía.

Parece que la idea de que los electrones «saben» de los demás instantáneamente podría violar la teoría de la relatividad de Einstein. Quizá podríamos construir algún tipo de aparato emisor de señales que sacase provecho de esta comunicación instantánea para transmitir información a velocidades mayores que la de la luz. Einstein, en colaboración con Boris Podolsky y Nathan Rosen, fue el primero en poner de manifiesto esta característica en apariencia paradójica de la teoría cuántica. A Einstein no le gustaba, y la denominó «fantasmagórica acción a distancia». Tuvo que pasar un tiempo hasta que se dieron cuenta de que, a pesar de su carácter fantasmagórico, es imposible sacar provecho de estas correlaciones de largo alcance para transmitir información más rápido que la luz, y eso significa que se respeta el principio de causalidad.

Esta decadente multiplicidad de niveles de energía no es solo un mecanismo esotérico para evitar las limitaciones del principio de exclusión. De hecho, no tiene nada de esotérico porque es la física que está tras los enlaces químicos. Y es también la idea clave para explicar por qué algunos materiales conducen la electricidad mientras que otros no lo hacen, y sin ella no comprenderíamos cómo funciona un transistor. Para empezar nuestro recorrido hacia el transistor, volvamos al «átomo» simplificado que hemos visto en el capítulo 6, cuando hemos confinado un electrón en un pozo de potencial. Ciertamente, este sencillo modelo no nos ha permitido calcular el espectro de energías correcto para el átomo de hidrógeno, pero sí nos ha permitido aprender algo sobre el comportamiento de un solo átomo, lo cual también nos será útil aquí. Utilizaremos dos pozos cuadrados juntos para crear un modelo de juguete de dos átomos de hidrógeno adyacentes. Primero trataremos el caso en el que un único electrón se mueve en el potencial creado por los dos protones. La primera imagen de la figura 8.1 ilustra cómo lo haremos. El potencial es plano salvo donde se hunde para formar los dos pozos, que imitan la capacidad de confinar electrones de los dos protones. La separación central, si tiene

la altura suficiente, ayuda a que el electrón quede atrapado a la izquierda o a la derecha. En la jerga técnica, decimos que el electrón se mueve en un pozo doble de potencial.



*Figura 8.1. Arriba, el pozo doble de potencial y, debajo, cuatro interesantes funciones de onda que describen el electrón en el potencial. Solo las dos últimas corresponden a un electrón de energía bien definida.*

Nuestro primer desafío es utilizar este modelo de juguete para entender lo que sucede cuando juntamos dos átomos de hidrógeno (veremos que cuando se acercan lo suficiente se forma entre ellos un enlace y se crea una molécula). A continuación, analizaremos la posibilidad de que haya más de dos átomos, lo que nos permitirá imaginar lo que sucede en el interior de la materia sólida.

Si los pozos son muy profundos, podemos utilizar los resultados del capítulo 6 para determinar a qué deberían corresponder los estados de menor energía. Para un solo electrón en un pozo cuadrado, el estado de menor energía está descrito por una onda sinusoidal cuya longitud de onda es igual a dos veces la anchura de la caja, y así sucesivamente. Si colocamos un electrón a un lado del pozo doble, y si el pozo es suficientemente profundo, las energías permitidas deben aproximarse a las del electrón atrapado en un solo pozo, y su función de onda debería tener un aspecto muy similar a una onda sinusoidal. Es en las pequeñas diferencias entre un átomo de hidrógeno completamente aislado y otro que forme parte de un par de átomos distantes en las que debemos ahora centrar nuestra atención.

Podemos prever, sin temor a equivocarnos, que las dos primeras funciones de onda representadas en la figura 8.1 corresponden a las de un solo electrón cuando está situado en el pozo izquierdo o en el derecho, respectivamente (recordemos que, en este contexto, las palabras «pozo» y «átomo» son intercambiables). Las ondas son aproximadamente sinusoidales, con una longitud de onda igual al doble de la anchura del pozo. Puesto que las funciones de onda tienen una forma idéntica, podríamos pensar que deberían corresponder a partículas con la misma energía. Pero eso no puede ser, porque, como ya hemos dicho, tiene que haber una mínima probabilidad de que, por muy profundos que sean los pozos, y por muy separados que estén, el electrón pueda saltar de uno a otro. Ya hemos insinuado esta posibilidad al dibujar cómo las ondas sinusoidales se «infiltran» ligeramente a través de las paredes del pozo, lo cual representa que hay una probabilidad muy reducida de encontrar relojes no nulos en el pozo adyacente.

El hecho de que siempre haya una probabilidad finita de que el electrón salte de un pozo al otro significa que las dos primeras funciones de onda de la figura 8.1 no pueden corresponder a un electrón de energía bien definida, porque, como hemos visto en el capítulo 6, dicho electrón estaría descrito por una onda estacionaria, cuya forma no cambia con el tiempo, o, de forma equivalente, por un montón de relojes cuyos tamaños nunca varían con el tiempo. Si a medida que el tiempo transcurre aparecen nuevos relojes en el pozo que al principio estaba vacío, esto sin duda hará que la forma de la función de onda varíe. Así pues, ¿qué aspecto tiene un estado de energía bien definida en un pozo doble? La respuesta es que los estados deben ser más democráticos y reflejar que existe la misma probabilidad de encontrar el electrón en cualquiera de los dos pozos. Esta es la única manera de crear una onda estacionaria y de evitar que la función de onda salpique repetidamente de uno a otro pozo.

Las dos últimas funciones de onda de la figura 8.1 poseen esta característica. Representan el aspecto real de los estados de menor energía. Son los únicos estados estacionarios que podemos construir que se parezcan a las funciones de onda «de un solo pozo» en cada uno de los pozos individuales, pero que también describen un electrón con la misma probabilidad de estar en cualquiera de los dos pozos. De hecho, son los dos estados de energía que hemos deducido que debían existir si queremos poner dos electrones en órbita alrededor de dos protones distantes para crear dos átomos de hidrógeno casi idénticos de una manera compatible con el principio de exclusión de Pauli. Si una de estas dos funciones de ondas describe a uno de los electrones, la otra debe hacer lo propio con el otro. Eso es lo que exige el principio de exclusión de Pauli.<sup>30</sup>

Si los pozos son lo suficientemente profundos, o si la distancia entre los átomos es lo suficientemente grande, las dos energías serán prácticamente iguales, y casi iguales también a la energía más baja de una partícula confinada en un solo pozo aislado. No debería preocuparnos el hecho de que parezca que una de las funciones de onda está parcialmente invertida: recordemos que el tamaño del reloj es lo único

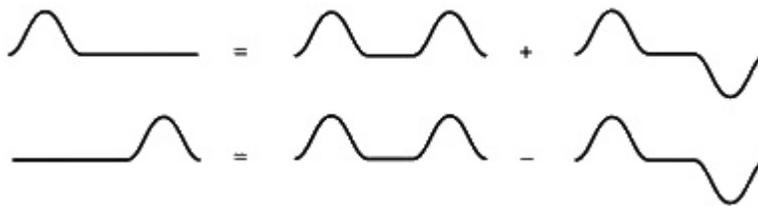
que importa a la hora de determinar la probabilidad de encontrar la partícula en algún lugar. En otras palabras, podríamos invertir todas las funciones de onda que hemos dibujado en el libro y el contenido físico no cambiaría en absoluto. Por lo tanto, la función de onda «parcialmente invertida» (que en la figura se denomina «estado de energía anti-simétrico») describe asimismo una superposición de un electrón atrapado en el pozo izquierdo y otro confinado en el de la derecha. Pero, y esto es importante, las funciones de onda simétrica y anti-simétrica no son exactamente iguales (no podrían serlo, pues Pauli se molestaría). Para ver por qué, necesitamos estudiar el comportamiento de estas dos funciones de onda de mínima energía en la región situada entre ambos pozos.

Una función de onda es simétrica alrededor del centro de los dos pozos y la otra es anti simétrica (tal y como se describen en la figura). Por «simétrica» entendemos que la onda a la izquierda es la imagen especular de la onda a la derecha. En el caso de la onda «anti simétrica», la onda de la izquierda es la imagen especular de la onda de la derecha pero solo una vez que esta se ha invertido. La terminología no es muy importante, lo que sí importa es que ambas ondas son distintas en la región entre los dos pozos. Es esta pequeña diferencia la que implica que describan estados de energías muy ligeramente distintas. De hecho, la onda simétrica es la de menor energía. Así pues, invertir una de las ondas sí que importa, aunque no mucho si los pozos son muy profundos o están muy separados.

Desde luego, puede resultar confuso pensar en términos de partículas con energía bien definida porque, como acabamos de ver, estas están descritas por funciones de onda que tienen el mismo tamaño en cada pozo. Esto en realidad significa que existe la misma probabilidad de encontrar el electrón en cualquiera de los dos pozos, aunque estén separados por todo un universo.

¿Cómo deberíamos visualizar lo que sucede si colocamos realmente un electrón en un pozo y un segundo electrón en el otro? Ya hemos dicho antes que esperamos que el pozo inicialmente vacío se llene de relojes para representar el hecho de que la partícula puede saltar de un sitio a otro. Incluso hemos insinuado una respuesta

cuando hemos dicho que la función de onda «salpica» a uno y otro lado. Para ver lo que resulta, necesitamos tener en cuenta que podemos expresar un estado localizado en uno de los pozos como suma de las dos funciones de onda de menor energía. Lo hemos ilustrado en la figura 8.2, pero ¿qué significa? Si el electrón se coloca en determinado instante en uno de los pozos, esto implicaría que en realidad no posee una única energía. En particular, una medición de su energía daría como resultado un valor igual a alguna de las dos energías posibles correspondientes a los dos estados de energía bien definida que componen la función de onda. El electrón se encuentra, pues, en dos estados al mismo tiempo. Esperamos que, a estas alturas del libro, esta no le resulte una idea novedosa.



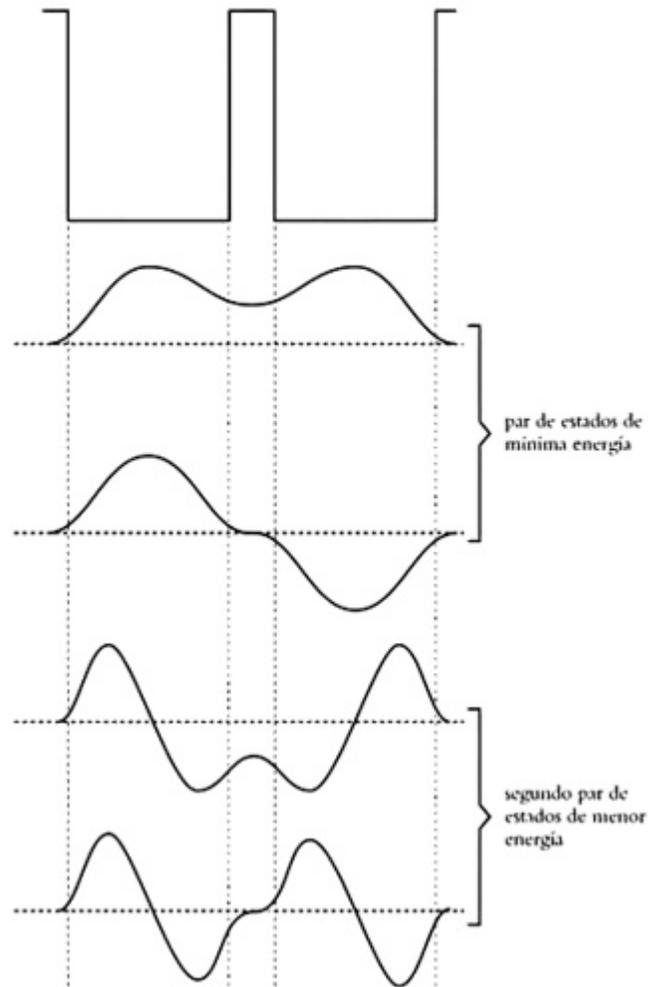
*Figura 8.2. Arriba: un electrón localizado en el pozo de la izquierda se puede ver como la suma de los dos estados de menor energía. Abajo: análogamente, un electrón situado en el pozo de la derecha se puede entender como la diferencia entre dichos estados de mínima energía.*

Pero aquí viene lo interesante. Puesto que estos estados no poseen exactamente la misma energía, sus relojes giran a ritmos ligeramente distintos (como hemos señalado en el capítulo 6). Esto tiene el efecto de que una partícula descrita inicialmente por una función de onda localizada alrededor de un protón pasará, una vez transcurrido suficiente tiempo, a estar descrita por otra cuyo pico esté centrado alrededor del otro protón. No queremos entrar en detalles, pero baste con decir que este fenómeno es muy análogo a la manera en que dos ondas sonoras con frecuencias muy similares se suman para producir una onda sonora que es inicialmente intensa (las dos ondas están en fase) y después, en un momento

posterior, débil (cuando las ondas están desfasadas). Este fenómeno se conoce como «pulsos». A medida que la frecuencia de ambas ondas se aproxima, aumenta el intervalo entre los momentos de máxima y mínima intensidad hasta que, cuando ambas poseen exactamente la misma frecuencia, se combinan para dar lugar a un tono puro. Esto debe resultar completamente familiar para cualquier músico que, quizá sin saberlo, saca provecho de este fenómeno físico cuando utiliza un diapasón. La situación es exactamente la misma para el electrón colocado en el segundo pozo. También tiende a migrar de un pozo al otro de una manera que imita exactamente el comportamiento del primer electrón. Aunque hubiésemos empezado teniendo un electrón en un pozo y un segundo electrón en el otro, al cabo de un tiempo suficiente ambos electrones habrían intercambiado sus posiciones.

Ahora vamos a utilizar esto que acabamos de aprender. La física realmente interesante se produce cuando empezamos a aproximar los átomos. En nuestro modelo, acercar los átomos corresponde a reducir la anchura de la barrera que separa ambos pozos. A medida que mengua el grosor de esta barrera, las funciones de onda comienzan a fusionarse y aumenta la probabilidad de que el electrón se encuentre en la región entre ambos protones. La figura 8.3 ilustra el aspecto de la cuarta función de onda de menor energía cuando la barrera es muy fina. Resulta interesante el hecho de que la función de onda de mínima energía empieza a parecerse a la onda sinusoidal de menor energía que obtendríamos si tuviésemos un solo electrón en un único pozo más ancho; es decir, los dos picos se fusionan en uno solo (con un pequeño hoyuelo). Mientras tanto, la función de onda con la segunda energía más baja se parece bastante a la onda sinusoidal correspondiente al siguiente nivel de energía más baja para un único pozo ancho. Esto es lo que cabría esperar, porque a medida que se reduce el grosor de la barrera entre ambos pozos disminuye asimismo su efecto hasta que, cuando su anchura sea nula, su efecto también lo será, y nuestro electrón debería entonces comportarse exactamente como si estuviese en un único pozo.

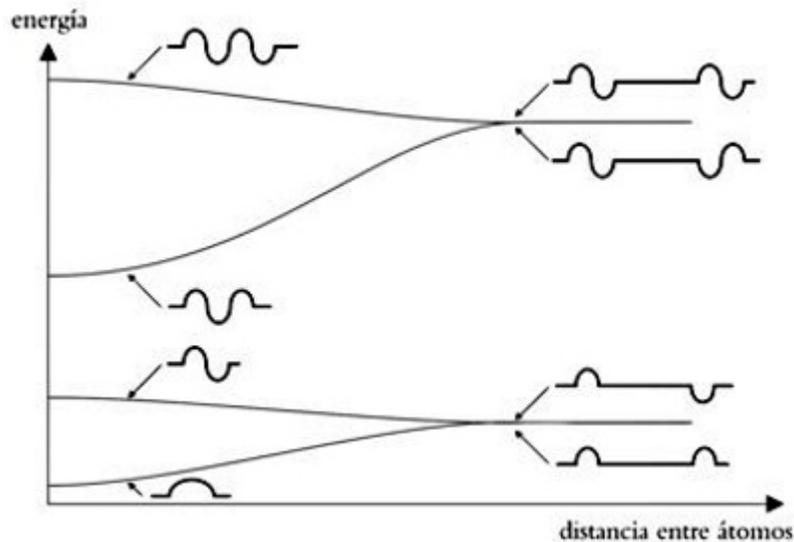
Una vez visto lo que sucede en ambos extremos —pozos muy separados y muy juntos—, podemos completar la visualización investigando cómo varían las energías permitidas a medida que se reduce la distancia entre los pozos.



*Figura 8.3. Similar a la figura 8.1, salvo porque los pozos están más próximos. La «filtración» en la región entre los pozos aumenta. A diferencia de la figura 8.1, también se muestran aquí las funciones de onda correspondientes al segundo par de estados de menor energía.*

Hemos esbozado los resultados para los cuatro niveles de energía más bajos en la figura 8.4. Cada una de las cuatro líneas representa uno de esos cuatro niveles, y a su lado hemos dibujado sus correspondientes funciones de onda. El extremo

derecho de la figura muestra las funciones de onda cuando los pozos están muy separados (véase también la figura 8.1). Como esperábamos, la diferencia entre los niveles de energía de los electrones en cada pozo son casi inapreciables. Sin embargo, a medida que los pozos se aproximan, los niveles de energía empiezan a separarse (comparemos las funciones de onda de la izquierda con las de la figura 8.3). Curiosamente, la energía del nivel correspondiente a la función de onda anti simétrica aumenta, mientras que la del que corresponde a la función simétrica disminuye.



*Figura 8.4. Variación de las energías permitidas del electrón a medida que cambia la distancia entre los pozos.*

Esto tiene una importante consecuencia para un sistema real de dos protones y dos electrones (es decir, para dos átomos de hidrógeno). Recordemos que en realidad en el mismo nivel de energía caben dos electrones, porque pueden tener espines opuestos. Esto significa que ambos pueden entrar en el nivel de energía más bajo (simétrico) y, lo que es aún más importante, la energía de este nivel disminuye a medida que los átomos se acercan. Lo cual implica que, desde un punto de vista energético, es preferible que dos átomos distantes se aproximen. Y esto es lo que de hecho sucede en la naturaleza:<sup>31</sup> la función de onda simétrica describe un sistema

en el que los electrones se comparten de manera más homogénea entre los dos protones de lo que cabría suponer al ver la función de onda para los protones alejados, y debido a que la energía de esta configuración «compartida» es menor, los átomos se atraen mutuamente. Llega un punto en el que esta atracción cesa, porque ambos protones tienen carga positiva y, por lo tanto, se repelen (también existe repulsión debido a que los electrones tienen cargas iguales), pero esta repulsión solo se impone sobre la atracción interatómica a distancias menores de unos 0,1 nanómetros (a temperatura ambiente). El resultado es que un par de átomos de hidrógeno en reposo acabarán arrimándose. Este par de átomos acurrucados tienen un nombre: es una molécula de hidrógeno.

Esta tendencia a que dos átomos se junten como resultado de la compartición de electrones es lo que se conoce como un «enlace covalente». Si nos fijamos de nuevo en la primera función de onda de la figura 8.3, ese es aproximadamente el aspecto que tiene el enlace covalente de la molécula de hidrógeno. Recordemos que la altura de la onda corresponde a la probabilidad de que el electrón se encuentre en ese punto.<sup>32</sup> Hay un pico sobre cada pozo, es decir, alrededor de cada protón, lo que nos dice que sigue siendo más probable que cada electrón se encuentre en las proximidades de uno u otro de los protones. Pero también hay una probabilidad significativa de que los electrones pasen tiempo entre los dos protones. Los químicos dicen que los átomos «comparten» electrones en un enlace covalente, y esto es lo que vemos aquí, incluso en nuestro modelo de juguete con dos pozos cuadrados. Más allá de la molécula de hidrógeno, es a esta tendencia de los átomos a compartir electrones a lo que nos hemos referido al hablar de las reacciones químicas explicadas posteriormente a la figura 7.2.

Esta es una conclusión muy satisfactoria. Hemos aprendido que, para átomos de hidrógeno muy separados, la minúscula diferencia entre los dos estados de mínima energía tenía únicamente un interés académico, aunque nos ha llevado a concluir que cada electrón en el universo está al tanto de todos los demás, lo cual es ciertamente fascinante. Por otra parte, la separación entre ambos estados aumenta a

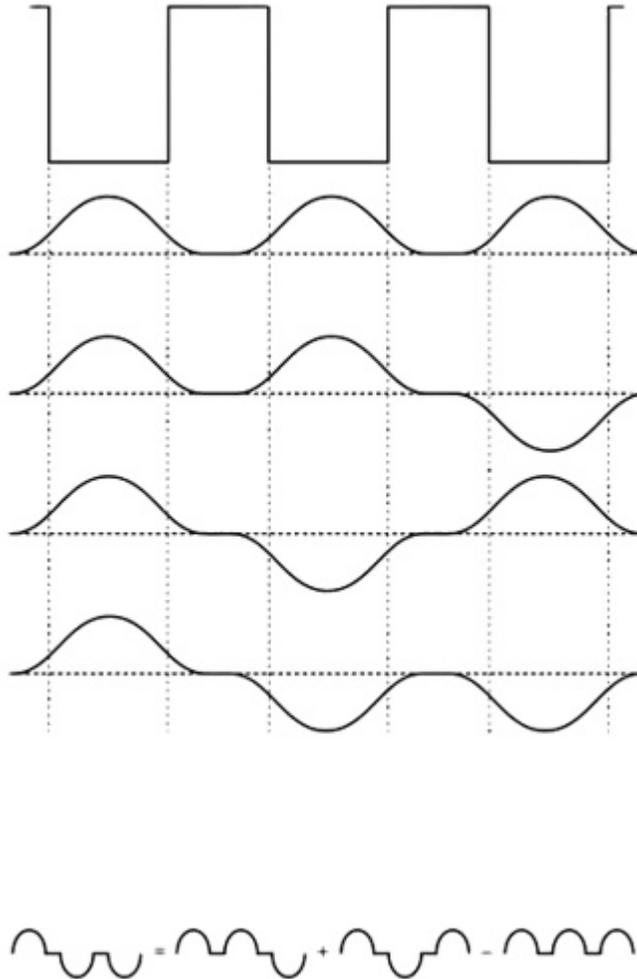
medida que los protones se acercan, y el de menor energía de los dos acaba convirtiéndose en el estado que describe la molécula de hidrógeno, lo cual dista mucho de ser algo que tenga solo interés académico, porque los enlaces covalentes son la razón por la que no somos un montón de átomos agitándose como un pegote informe.

Podemos seguir tirando de este hilo intelectual y empezar a plantearnos lo que sucede cuando juntamos más de dos átomos. Tres son más de dos, así que comenzaremos por aquí y consideraremos un triple pozo de potencial, como el de la figura 8.5. Como siempre, debemos imaginar que cada pozo señala la ubicación de un átomo. Debería haber tres niveles de mínima energía, pero al ver la figura podríamos estar tentados de pensar que ahora habría cuatro estados por cada uno del pozo sencillo. Los cuatro estados que tenemos en mente se ilustran en la figura y corresponden a funciones de onda que son simétricas o anti simétricas respecto al centro de las dos barreras de potencial.<sup>33</sup> Esta cuenta debe ser incorrecta, porque si no podríamos poner cuatro fermiones idénticos en esos cuatro estados y violar así el principio de exclusión de Pauli. Para respetarlo, necesitamos solo tres estados de energía, y esto, por supuesto, es lo que sucede. Para verlo, basta con que nos demos cuenta de que siempre podemos escribir cualquiera de las cuatro funciones de onda de la figura como una combinación de las otras tres. En la parte inferior de la figura hemos representado un caso particular, en el que la última función de onda se puede obtener mediante una combinación de las tres anteriores.

Una vez identificados los tres estados de mínima energía para una partícula sometida a un triple pozo de potencial, podemos preguntarnos qué aspecto tendría la figura 8.4 en este caso, y no debería sorprendernos que sea muy similar, salvo por el hecho de que lo que antes era un par de estados de energía permitidos ahora se convierte en un triplete.

Hasta aquí los tres átomos. Podemos ahora centrar nuestra atención en una cadena de múltiples átomos. Esto será especialmente interesante porque contiene las ideas

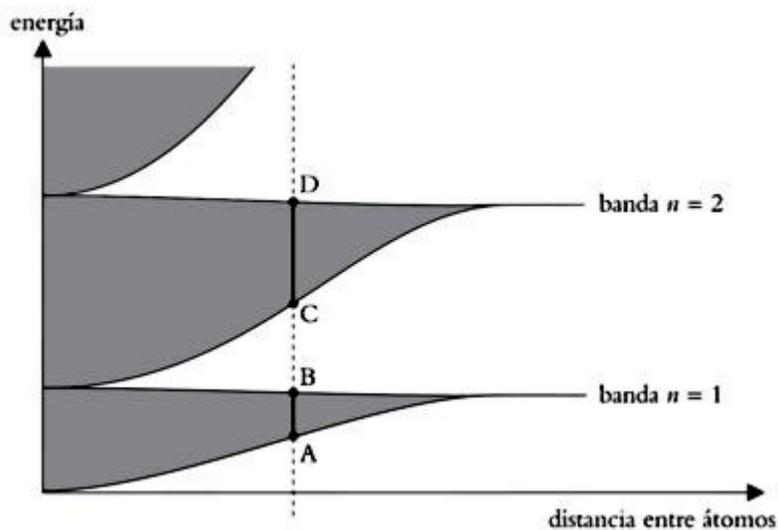
clave que nos permitirán explicar gran parte de lo que sucede en el interior de la materia sólida.



*Figura 8.5. El pozo triple, que es nuestro modelo para una sucesión de tres átomos, y las posibles funciones de onda de mínima energía. En el extremo inferior ilustramos cómo se puede obtener la última de ellas a partir de las otras tres.*

Si hay  $N$  pozos (para representar una cadena de  $N$  átomos), por cada energía del pozo sencillo habrá ahora  $N$  energías. Si  $N$  es del orden de  $10^{23}$ , que es la cantidad habitual de átomos en un pequeño fragmento de material sólido, eso son muchísimas divisiones. El resultado es que la figura 8.4 ahora se asemeja a la figura 8.6. La línea de puntos vertical señala que, para átomos separados por la

distancia correspondiente, los electrones solo pueden tener determinadas energías permitidas. Esto no debería ser ninguna sorpresa (si lo es, lo mejor es que vuelva a leer el libro desde el principio), pero lo interesante es que las energías permitidas aparecen en «bandas». Las energías entre A y B están permitidas, pero las que se encuentran entre B y C, no; las energías entre C y D vuelven a estar permitidas, etcétera. El hecho de que haya muchos átomos en la cadena implica que en cada banda se amontonan muchas energías permitidas. Tantas que, de hecho, para un sólido cualquiera, podemos suponer perfectamente que las energías forman un continuo para cada banda. Esta característica de nuestro modelo de juguete se cumple también en la materia sólida real, donde los electrones tienen energías que forman bandas de este estilo, lo cual tiene importantes consecuencias para determinar el tipo de sólido del que se trata. En particular, estas bandas explican por qué algunos materiales (metales) conducen la electricidad, mientras que otros (aislantes) no.

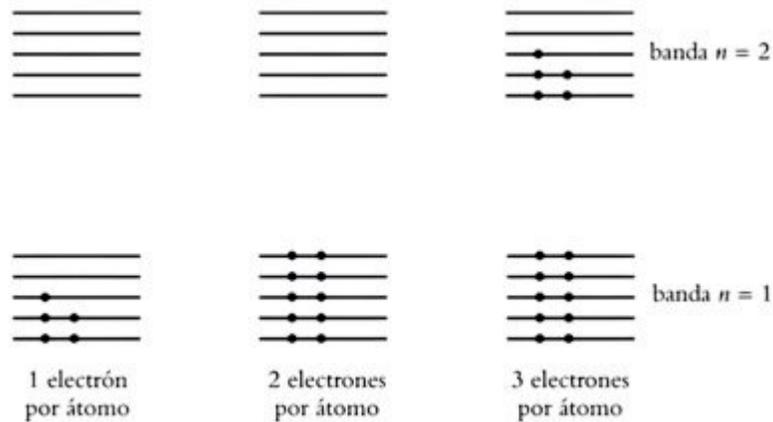


*Figura 8.6. Bandas de energía en un bloque de materia sólida y cómo varían con la distancia entre los átomos.*

¿Por qué ocurre esto? Empecemos por pensar en una cadena de átomos (como siempre, representada mediante una cadena de pozos de potencial), pero

supongamos ahora que cada átomo tiene varios electrones ligados a su alrededor. Por supuesto, esta es la norma (solo el átomo de hidrógeno posee un único electrón, ligado a un solo protón), lo que significa que estamos dejando atrás la discusión de una cadena de átomos de hidrógeno para pasar al caso, más interesante, de una cadena de átomos más pesados. También deberíamos recordar que hay dos tipos de electrones: con espín hacia arriba y con espín hacia abajo, y que el principio de exclusión de Pauli nos dice que en cada nivel de energía permitido no caben más de dos electrones. De lo anterior se deduce que, para una cadena de átomos cada uno de los cuales contiene un solo electrón (es decir, átomos de hidrógeno), la banda de energía  $n = 1$  está medio llena. Esta situación se ilustra en la figura 8.7, donde hemos esbozado los niveles de energía de una cadena de cinco átomos. Estos 5 niveles de energía pueden alojar un máximo de 10 electrones, pero solo tenemos 5 de los que preocuparnos, por lo que, en la configuración de mínima energía, la cadena de átomos contiene los 5 electrones que ocupan la mitad inferior de la banda de energía  $n = 1$ . Si tuviésemos 100 átomos en la cadena, entonces la banda  $n = 1$  podría contener 200 electrones, pero para el hidrógeno solo tenemos que tratar con 100, por lo que, una vez más, la banda  $n = 1$  está medio llena cuando la cadena de átomos se encuentra en su configuración de mínima energía. La figura 8.7 también muestra lo que sucede en el caso en el que hay 2 (helio) o 3 (litio) electrones por cada átomo. En el caso del helio, la configuración de mínima energía corresponde a una banda  $n = 1$  llena, mientras que para el litio dicha banda está llena y es la  $n = 2$  la que está medio llena. Deberíamos tener bastante claro que este patrón de bandas llenas o semi llenas continúa, de manera que los átomos con un número par de electrones siempre dan lugar a bandas llenas, mientras que los que poseen un número impar de electrones producen bandas a medio llenar. El hecho de que una banda esté llena o no es, como enseguida descubriremos, la razón por la que algunos materiales son conductores mientras que otros son aislantes.

Imaginemos ahora que conectamos los extremos de nuestra cadena atómica a los bornes de una batería. Sabemos por experiencia que si los átomos forman un metal fluiría una corriente eléctrica.



*Figura 8.7. Ocupación de los niveles de energía más bajos disponibles en una cadena de 5 átomos cuando cada átomo contiene 1, 2 o 3 electrones. Los puntos negros son los electrones.*

Pero eso ¿qué significa en realidad?, ¿y cómo surge de lo que hemos visto hasta ahora? Afortunadamente, los detalles del efecto de la batería sobre los átomos no son algo que tengamos que entender. Lo único que tenemos que saber es que la conexión a la batería nos proporciona una fuente de energía capaz de darle un pequeño impulso a un electrón, y que ese impulso tiene siempre la misma dirección. Una buena pregunta que podríamos plantearnos es ¿y exactamente cómo lo hace la batería? Decir que «induce un campo eléctrico en el interior del cable, y los campos eléctricos empujan los electrones» no es del todo satisfactorio, pero será con lo que tendremos que conformarnos en este libro. En última instancia, podríamos apelar a las leyes de la electrodinámica cuántica y tratar de calcularlo todo en función de la interacción de electrones y fotones. Pero hacerlo no aportaría absolutamente nada a nuestra discusión, por lo que, en aras de la brevedad, no lo haremos.

Imaginemos un electrón que ocupa uno de estos estados de energía bien definida. Empezaremos por suponer que la acción de la batería solo puede proporcionarle al electrón impulsos minúsculos. Si el electrón está en un estado de baja energía, con muchos otros por encima de él en la escala de energías (al usar este lenguaje, tenemos en mente la figura 8.7), será incapaz de recibir la dosis de energía de la batería. Está bloqueado, porque los estados de energía superiores al que ocupa ya están llenos. Por ejemplo, la batería podría ser capaz de hacer que el electrón ascendiese unos cuantos peldaños en la escala de niveles de energía, pero si todos ellos están ya ocupados nuestro electrón tendrá que dejar pasar la oportunidad de absorber energía simplemente porque no tiene adónde ir. Recordemos que el principio de exclusión de Pauli le impide unirse a los otros electrones si todos los huecos están ocupados. El electrón se verá obligado a comportarse como si la batería no se hubiese conectado. La situación es diferente para los electrones en los niveles de mayor energía. Estos se encuentran cerca de lo más alto del montón y en principio podrían absorber una pequeña dosis de energía de la batería y pasar a un estado aún superior (pero solo si no están exactamente en el nivel más alto de una banda ya llena). Volviendo a la figura 8.7, vemos que los electrones de mayor energía serán capaces de absorber energía de la batería si los átomos de la cadena contienen un número impar de electrones. Si contienen un número par, los electrones del nivel más alto no podrán ir a ningún lado porque existe una gran brecha en la escala de energías, y solo podrán superarla si reciben un impulso suficientemente grande.

Esto implica que, si los átomos en un determinado sólido contienen un número par de electrones, estos electrones podrían comportarse como si la batería nunca se hubiese conectado. No puede fluir la corriente porque no hay manera de que los electrones absorban energía. Esta es la descripción de un aislante. La única manera de evitar tal situación es si la brecha entre el extremo superior de la más alta de las bandas rellenas y el fondo de la siguiente banda vacía es suficientemente pequeña (enseguida diremos algo más al respecto). Y, a la inversa, si los átomos contienen

un número impar de electrones, entonces los electrones superiores siempre están en disposición de absorber el impulso que les proporciona la batería. Como consecuencia, saltan a un nivel de energía más elevado y, puesto que el impulso siempre es en la misma dirección, su efecto neto es el de inducir un flujo de estos electrones móviles, que identificamos como una corriente eléctrica. Por lo tanto, simplificando mucho, podemos concluir que si un sólido está compuesto de átomos que contienen un número impar de electrones está abocado a ser conductor de la electricidad.

Por fortuna, el mundo real no es tan sencillo. El diamante, un sólido cristalino compuesto enteramente de átomos de carbono que tienen seis electrones, es un aislante. Por otra parte, el grafito, que también es carbono puro, es un conductor. De hecho, en la práctica, la regla de los electrones pares o impares pocas veces funciona, pero la razón es que nuestro modelo de un sólido basado en «pozos en línea» es demasiado rudimentario. Pero lo que sí es absolutamente cierto es que los buenos conductores de la electricidad se caracterizan por el hecho de que los electrones de mayor energía tienen margen para saltar a estados de energía superiores, mientras que los aislantes lo son porque sus electrones de mayor energía no pueden acceder a esos estados de energía superiores debido a la existencia de una brecha en su escala de energías permitidas.

Esta explicación aún da un giro más, un giro que será importante en el capítulo siguiente cuando expliquemos cómo fluye la corriente en un semiconductor. Imaginemos un electrón, libre para moverse de un sitio a otro en una banda semivacía de un cristal perfecto. Cuando decimos «cristal» lo que queremos dar a entender es que los enlaces químicos (posiblemente covalentes) actúan de tal manera que los átomos están dispuestos según un patrón regular. Nuestro modelo unidimensional de un sólido corresponde a un cristal si todos los pozos son equidistantes entre sí y tienen el mismo tamaño. Si conectamos una batería, un electrón saltará alegremente de un nivel al siguiente mientras el campo eléctrico aplicado lo empuja con sutileza a hacerlo. Como consecuencia de ello, la corriente

eléctrica aumentará gradualmente a medida que los electrones absorben más energía y se mueven cada vez más rápido. A cualquiera que sepa algo de electricidad, esto le sonará un poco raro, porque no hay rastro de la «ley de Ohm», según la cual la corriente ( $I$ ) está fijada por la magnitud de la tensión aplicada ( $V$ ) de acuerdo con la fórmula  $V = I \times R$ , donde  $R$  representa la resistencia del cable. La ley de Ohm surge porque, a medida que los electrones ascienden por la escala de energías, también pueden perder energía y caer al fondo de la misma. Esto solo sucede si la red de átomos no es perfecta, ya sea porque contiene impurezas (átomos díscolos, distintos de la mayoría) o porque los átomos se agitan notablemente, algo que sucederá con toda seguridad si la temperatura es distinta de cero. Por lo tanto, los electrones pasan la mayor parte del tiempo jugando a una versión microscópica del juego de las serpientes y las escaleras, tratando de ascender por la escala de energías pero volviendo a caer una y otra vez como consecuencia de sus interacciones con una red atómica imperfecta. El efecto promedio es el de producir una energía «típica» del electrón que da lugar a una corriente fija. Esta energía típica determina la velocidad con la que los electrones fluyen por el cable y es a lo que nos referimos al hablar de corriente eléctrica. Hay que interpretar la resistencia del cable como una medida de lo imperfecta que es la red atómica a través de la cual se desplazan los electrones.

Pero ese no es el giro. Incluso sin la ley de Ohm, la corriente no crece ilimitadamente. Cuando los electrones alcanzan el extremo superior de una banda, se comportan de una manera realmente extraña, y el efecto neto de este comportamiento es una reducción de la corriente eléctrica, que llega incluso a invertir su sentido. Esto es algo muy raro: aunque el campo eléctrico empuja a los electrones en una dirección, acaban desplazándose en la dirección opuesta cuando se aproximan a lo más alto de una banda. La explicación de este extraño fenómeno queda fuera del alcance de este libro, por lo que nos limitaremos a decir que el papel de los núcleos atómicos, de carga positiva, es clave, y que son ellos los que empujan a los electrones en la dirección opuesta.

Ahora, como habíamos anunciado, analizaremos lo que sucede cuando un supuesto aislante se comporta como un conductor porque la brecha entre la última banda rellena y la siguiente banda vacía es «suficientemente pequeña». Ha llegado el momento de introducir algunas palabras técnicas. La última banda de energías (esto es, la de mayor energía) que está completamente rellena de electrones se conoce como «banda de valencia», y la siguiente banda en la escala de energías (que, en nuestro análisis, puede estar vacía o medio llena) es la «banda de conducción». Si ambas bandas se solapan (cosa que puede suceder realmente), entonces no existe brecha alguna y el supuesto aislante se comporta como un conductor. ¿Y si, aunque exista la brecha, esta es «suficientemente pequeña»? Hemos indicado que los electrones pueden recibir energía de una batería, de manera que podemos suponer que, si la batería es potente, podría proporcionar un impulso suficiente para lanzar un electrón que se encontrase cerca del extremo superior de la banda de valencia hasta la banda de conducción. Esto es posible, pero no es la situación que nos interesa, porque las baterías típicas no tienen capacidad de hacerlo. Vamos a poner algunas cifras sobre la mesa. El campo eléctrico en el interior de un sólido es normalmente del orden de unos pocos voltios por metro, y necesitaríamos campos de unos pocos voltios por nanómetro (es decir, 1.000 millones de veces más intensos) para que proporcionasen a los electrones el impulso suficiente para saltar el electronvoltio<sup>34</sup> de energía que separa la banda de valencia de la de conducción en un aislante típico. Mucho más interesante es el impulso que puede recibir un electrón por parte de los átomos que forman el sólido. Estos no están rígidamente localizados en un lugar, sino que se agitan un poco. Cuanto más caliente está el sólido, más se agitan, y en esta situación un átomo puede proporcionarle a un electrón mucha más energía que una batería real; suficiente para que este dé un salto de varios electronvoltios. En la práctica, a temperatura ambiente, es muy poco habitual que un electrón reciba un impulso de tal magnitud, porque a 20 °C las energías térmicas típicas son del orden de  $\frac{1}{4}$  de electronvoltio. Pero esto es solo un promedio, y en un sólido hay una cantidad enorme de átomos, por lo que sí sucede

alguna que otra vez. Cuando ocurre, los electrones saltan desde su prisión en la banda de valencia a la de conducción, donde pueden absorber los pequeños impulsos de una batería y hacer posible así el flujo de electricidad.

Los materiales en los que, a temperatura ambiente, un número suficiente de electrones pueden saltar de la banda de valencia a la de conducción tienen un nombre especial: se denominan «semiconductores». A temperatura ambiente pueden permitir el paso de una corriente eléctrica, pero cuando se enfrían, y sus átomos se agitan menos, también disminuye su capacidad de conducir la electricidad, y vuelven a convertirse en aislantes. El silicio y el germanio son los dos ejemplos clásicos de materiales semiconductores y, debido a su naturaleza dual, son extremadamente útiles. De hecho, no es ninguna exageración decir que la aplicación tecnológica de los materiales semiconductores ha revolucionado el mundo.

## Capítulo 9

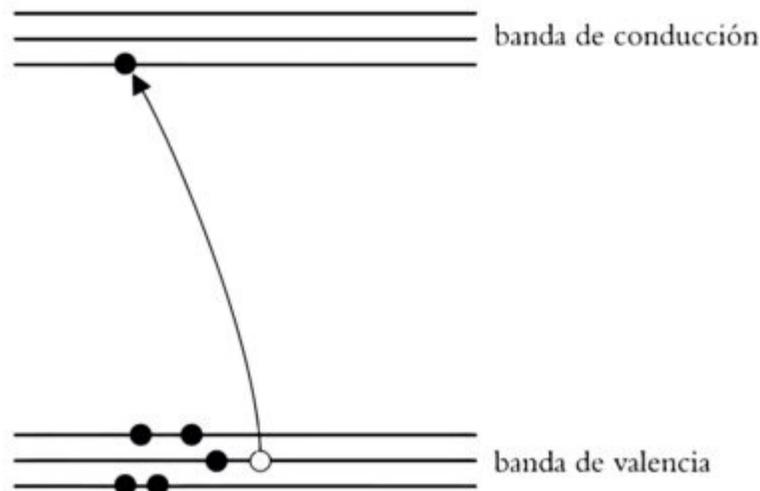
### El mundo moderno

En 1947 se fabricó el primer transistor. Actualmente, cada año se producen en el mundo más de 10.000.000.000.000.000.000, una cifra que es cien veces mayor que el número total de granos de arroz que consumen cada año los más de 7.000 millones de habitantes del planeta. El primer ordenador con tecnología de transistores se fabricó en Manchester en 1953, y contenía 92 transistores. Hoy en día, podemos comprar más de 100.000 transistores por el precio de un solo grano de arroz, y nuestro teléfono móvil contiene alrededor de 1.000 de ellos. En este capítulo describiremos cómo funciona un transistor, sin duda la aplicación más importante de la teoría cuántica.

Como hemos visto en el capítulo anterior, un conductor lo es porque algunos de los electrones están en la banda de valencia. Como consecuencia, gozan de mucha movilidad y pueden «fluir» por el cable cuando se conecta una batería. La analogía con una corriente de agua es útil aquí: la batería hace que fluya la corriente. Podemos incluso usar el concepto del «potencial» para captar esta idea, porque la batería genera un potencial en el que se mueven los electrones de conducción, y el potencial es, en cierto sentido, «cuesta abajo». Así, un electrón en la banda de conducción de un material «rueda» por el potencial creado por la batería, ganando energía al hacerlo. Esta es otra manera de entender los pequeños impulsos de los que hemos hablado en el capítulo anterior: en lugar de pensar que la batería induce minúsculos impulsos que aceleran el electrón a lo largo del cable, estamos invocando una analogía clásica con el agua que fluye colina abajo. Esta es una buena manera de entender la conducción de la electricidad por parte de los electrones, y es la que utilizaremos a lo largo del resto del capítulo.

En un material semiconductor como el silicio sucede una cosa muy interesante, porque la corriente no la transportan únicamente los electrones de la banda de conducción, sino que también contribuyen a ella los electrones de la banda de

valencia. Para entender cómo lo hacen, fijémonos en la figura 9.1. La flecha muestra un electrón, originalmente inmóvil en la banda de valencia, que absorbe cierta cantidad de energía y salta a la banda de conducción. Sin duda, este electrón tiene ahora mucha más movilidad. Pero hay otra cosa que también es ahora mucho más móvil: en la banda de valencia ha quedado un hueco que permite cierto margen de maniobra a los electrones, que hasta ahora no tenían posibilidad de moverse. Como hemos visto, si conectamos una batería a este semiconductor haremos que el electrón de la banda de conducción salte a un nivel superior de energía, induciendo así una corriente eléctrica. ¿Qué sucede con este hueco? El campo eléctrico creado por la batería puede provocar que un electrón de algún estado inferior de energía en la banda de valencia salte hasta ocupar el hueco vacante. El hueco original está relleno, pero ahora hay otro «a mayor profundidad» en la banda de valencia. A medida que los electrones de valencia saltan al hueco vacante, este se desplaza de un sitio a otro.



*Figura 9.1. Un par electrón-hueco en un semiconductor.*

En lugar de seguir el movimiento de todos los electrones en la banda de valencia, que está casi llena, podemos optar por seguirle la pista al hueco, y olvidarnos de los electrones. Este «truco contable» es muy habitual entre quienes se dedican a la

física de los semiconductores, y a nosotros también nos facilitará mucho las cosas pensar de esta manera.

La aplicación de un campo eléctrico induce un flujo de los electrones de la banda de valencia, lo que produce una corriente, y nos gustaría saber qué efecto tiene sobre los huecos de la banda de valencia. Sabemos que en dicha banda los electrones no pueden moverse libremente, porque están atrapados casi por completo por el principio de exclusión de Pauli, pero la influencia del campo eléctrico sí hará que se reordenen y que el hueco se mueva con ellos. Puede que esto no resulte nada intuitivo, y si le cuesta hacerse a la idea de que si los electrones en la banda de valencia se revuelven hacia la izquierda el hueco también hace lo mismo, quizá la siguiente analogía le ayude. Imaginemos una fila de personas haciendo cola a un metro de distancia unas de otras, salvo en la mitad de la fila, donde falta una persona. Las personas son como los electrones y la persona que falta es el hueco. Imaginemos ahora que todas las personas avanzan un metro, y acaban en la posición que ocupaba antes la persona que tenían delante. Obviamente, el vacío en la cola también avanza un metro, y lo mismo sucede con los huecos. Asimismo podríamos imaginar el agua que baja por una tubería y una pequeña burbuja que se movería en la misma dirección que el agua. En este caso, el «agua que falta» es análoga al hueco en la banda de valencia.

Pero, por si esto fuera poco, hay una importante complicación añadida: necesitamos recurrir al fenómeno físico que hemos introducido en el «giro» al final del capítulo anterior. Hemos dicho que un campo eléctrico acelera los electrones situados cerca del extremo superior de una banda llena en dirección contraria a los que se mueven cerca del fondo de una banda. Esto significa que los huecos, que están cerca de la parte superior de la banda de valencia, se mueven en dirección opuesta a los electrones, que se encuentran cerca del fondo de la banda de conducción.

El resultado final es que podemos imaginar un flujo de electrones en una dirección y un correspondiente flujo de electrones en la dirección contraria. Podemos entender que un hueco lleva una carga eléctrica que es exactamente opuesta a la del

electrón. Para verlo, recordemos que el material a través del cual fluyen los electrones y los huecos es, en promedio, eléctricamente neutro. En cualquier región normal no hay carga neta, porque la debida a los electrones se compensa con la carga positiva correspondiente a los núcleos atómicos. Pero, si creamos un par electrón-hueco al excitar un electrón de la banda y hacer que pase de la banda de valencia a la de conducción (como hemos estado exponiendo), entonces hay un electrón libre para moverse de un sitio a otro, lo que constituye un exceso de carga negativa en relación con las condiciones promedio en esa región del material. Análogamente, el hueco es un lugar donde no hay un electrón y corresponde a una región donde existe un exceso neto de carga positiva. La corriente eléctrica se define como el flujo de carga eléctrica positiva por unidad de tiempo,<sup>35</sup>[\[9.1\]](#) y por consiguiente, si fluyen en la misma dirección, la contribución de los electrones a la corriente es negativa, mientras que la de los huecos es positiva. Si, como sucede en nuestro semiconductor, los electrones y los huecos fluyen en direcciones opuestas, ambas contribuciones se suman para producir un mayor flujo neto de carga y, por lo tanto, una mayor corriente.

Aunque todo esto resulta un poco complicado, el efecto neto es muy sencillo: debemos imaginar que una corriente de electricidad a través de un material semiconductor es representativa del flujo de carga, que puede estar compuesto de electrones de la banda de conducción moviéndose en una dirección y huecos de la banda de valencia que se desplazan en dirección opuesta. Debemos comparar esta situación con el flujo de corriente en un conductor, donde la corriente está dominada por el flujo de un gran número de electrones en la banda de conducción, y la corriente adicional procedente de la producción de pares electrón-hueco es inapreciable.

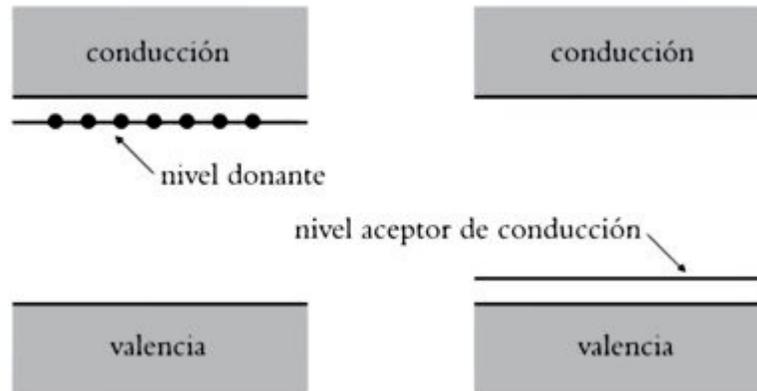
Entender la utilidad de los materiales semiconductores pasa por reconocer que la corriente que fluye en ellos no es como la incontrolable avalancha de electrones que circula por un cable de material conductor, sino que es una combinación mucho más sutil de corrientes de electrones y huecos que, con un poco de ingenio

técnico, se puede utilizar para producir dispositivos diminutos capaces de controlar con gran precisión el flujo de corriente en un circuito.

Lo que sigue es un sugerente ejemplo de física aplicada e ingeniería. La idea es contaminar intencionadamente un trozo de silicio o germanio puros para crear nuevos niveles de energía al alcance de los electrones. Estos nuevos niveles nos permitirán controlar el flujo de electrones y huecos a través de nuestro conductor igual que podríamos controlar el flujo de agua por una red de tuberías utilizando válvulas. Sin duda, cualquiera puede controlar el flujo de electricidad a través de un cable: no hay más que desenchufarlo. Pero no estamos hablando de eso, sino de crear diminutos interruptores que permitan controlar dinámicamente la corriente que fluye por un circuito. Estos diminutos interruptores son los elementos con los que se construyen las puertas lógicas, que a su vez son los elementos constituyentes de los microprocesadores. Así pues, ¿cómo funciona todo esto?

La mitad izquierda de la figura 9.2 ilustra lo que sucede si un pedazo de silicio se contamina con fósforo. El grado de contaminación se puede controlar con precisión, algo que es muy importante. Supongamos que en un cristal de silicio puro se quita un átomo aquí y allá y se sustituye por otro de fósforo. El átomo de fósforo se acopla perfectamente en el hueco donde iría uno de silicio, con la única diferencia de que el fósforo posee un electrón más que el silicio. Este electrón adicional está muy débilmente ligado a su átomo, pero no es libre del todo, por lo que ocupa un nivel de energía situado justo por debajo de la banda de conducción. A bajas temperaturas, la banda de conducción está vacía, y los electrones adicionales donados por los átomos de fósforo residen en el nivel del donante que se indica en la figura. A temperatura ambiente, la creación de pares electrón-hueco en el silicio es muy poco frecuente, y aproximadamente solo uno de cada billón de electrones recibe energía suficiente procedente de las vibraciones térmicas de la red de átomos para saltar de la banda de valencia a la de conducción. Por el contrario, como el electrón donante en el fósforo está tan débilmente ligado a su átomo, es muy probable que dé el pequeño salto del nivel donante a la banda de conducción.

Así pues, a temperatura ambiente, para niveles de dopaje superiores a un átomo de fósforo por cada billón de átomos de silicio, la banda de conducción estará dominada por la presencia de los electrones donados por los átomos de fósforo. Esto significa que es posible controlar con gran precisión la cantidad de electrones móviles que están en condiciones de conducir la electricidad, simplemente basta con variar el grado de contaminación con fósforo. Puesto que los electrones que deambulan por la banda de conducción son los que pueden transportar la corriente, se dice que este tipo de silicio contaminado es de «tipo n» (la ene significa «de carga negativa»).



*Figura 9.2. Los nuevos niveles de energía creados en un semiconductor de tipo n (a la izquierda) y en uno de tipo p (a la derecha).*

La parte derecha de la figura 9.2 muestra lo que sucede si en lugar de contaminar el silicio con fósforo lo hacemos con aluminio. De nuevo se esparcen unos pocos átomos de aluminio entre los de silicio, y de nuevo se acomodan en los espacios donde, si no, habría átomos de silicio. La diferencia es que, en este caso, el aluminio tiene menos electrones que el silicio, lo cual propicia que, donde el fósforo añadía electrones, ahora aparezcan huecos en el cristal. Estos huecos están situados en las proximidades de los átomos de aluminio, y se pueden rellenar con electrones procedentes de la banda de valencia de los átomos de silicio vecinos. El nivel aceptor, «lleno de huecos», que se ilustra también en la figura, se encuentra

justo por encima de la banda de valencia, porque un electrón de valencia del silicio puede fácilmente saltar al hueco creado por el átomo de aluminio. En este caso, resulta natural entender que son los huecos los que propagan la corriente, y por ese motivo esta clase de contaminación del silicio se conoce como «tipo p» (la pe aquí significa «de carga positiva»). Como antes, a temperatura ambiente, si el nivel de contaminación de aluminio supera una parte por billón, la corriente debida al movimiento de los huecos procedentes del aluminio será la que domine.

Hasta ahora solo hemos dicho que es posible crear un pedazo de silicio capaz de transmitir una corriente, ya sea al permitir que los electrones donados por el fósforo se muevan sin problemas por la banda de conducción, o bien porque son los huecos donados por el aluminio los que hacen lo propio en la banda de valencia. ¿Qué tiene esto de importante?

La figura 9.3 nos muestra que aquí hay algo interesante, porque representa lo que sucede si juntamos dos pedazos de silicio, uno de tipo n y otro de tipo p. Inicialmente, la región de tipo n está inundada de electrones del fósforo, y la de tipo p está repleta de huecos del aluminio. Por lo tanto, los electrones de la región de tipo n se desplazan a la de tipo p, al tiempo que los huecos de esta última se mueven hacia la primera. Esto no tiene nada de misterioso: los electrones y los huecos simplemente serpentean a través de la unión entre ambos materiales igual que una gota de tinta se extiende en un recipiente con agua. Pero, cuando los electrones y los huecos se desplazan, dejan atrás zonas de carga neta positiva (en la región de tipo n) y negativa (en la de tipo p). Esta acumulación de carga, debido al efecto por el que «cargas de igual signo se repelen», se opone a que continúe la migración, y finalmente se alcanza un equilibrio cuando termina la migración neta.

La segunda de las tres imágenes en la figura 9.3 ilustra cómo podríamos entender la situación utilizando el lenguaje de los potenciales. Lo que se muestra es cómo varía el potencial eléctrico a través de la unión. En el interior de la región de tipo n, el efecto de la unión no se deja notar, y puesto que se ha alcanzado un estado de equilibrio en la misma, no hay flujo de corriente.

Esto significa que el potencial es constante dentro de esta región. Antes de continuar, deberíamos dejar claro una vez más lo que nos aporta el potencial: simplemente, nos dice qué fuerzas actúan sobre los electrones y los huecos.

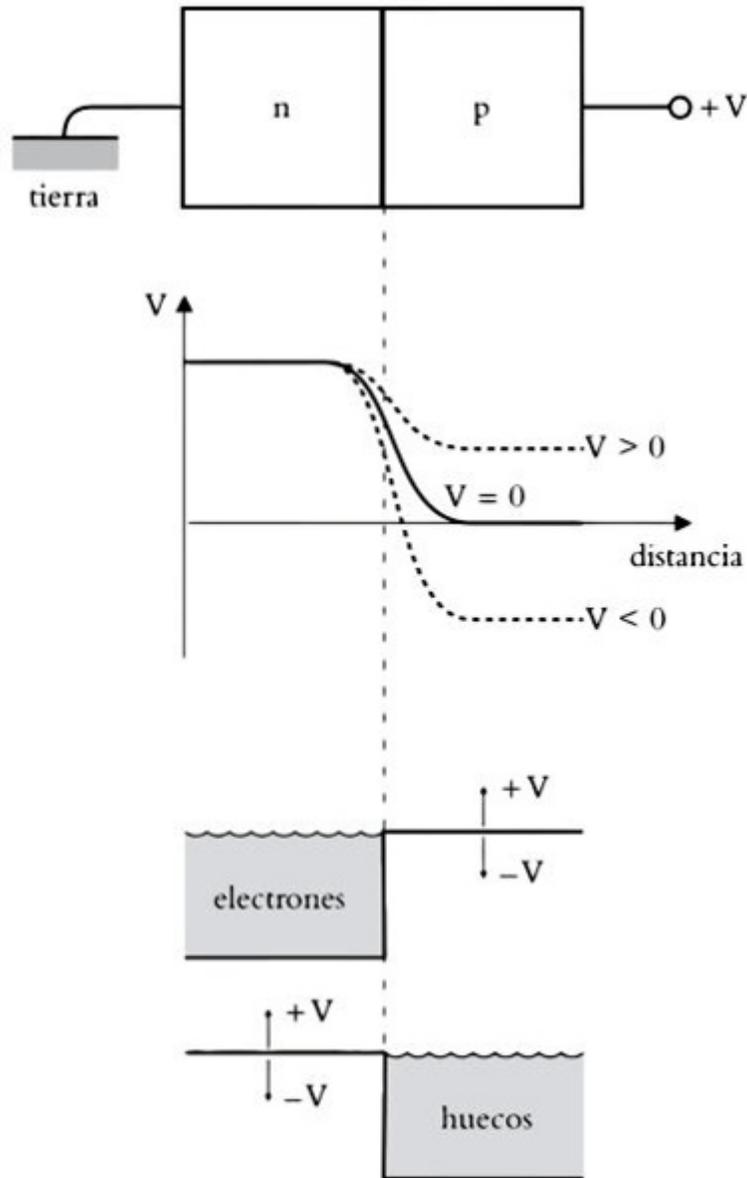


Figura 9.3. Unión formada al juntar un pedazo de silicio de tipo n y otro de tipo p.

Si el potencial es plano, entonces, igual que una bola que se encuentra sobre una superficie plana no rueda, un electrón no se moverá.

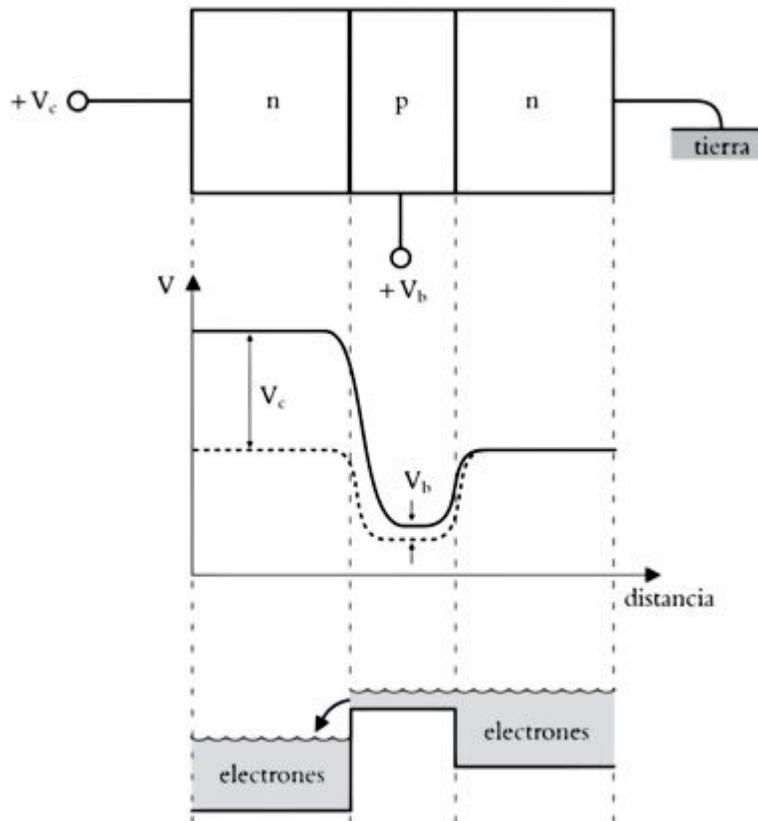
Si el potencial disminuye, podríamos suponer que un electrón situado en las proximidades de la disminución de potencial «rodaría pendiente abajo». Pero, para complicar algo más la situación, la convención es la contraria, y un descenso de potencial significa «cuesta arriba» para un electrón. Es decir, los electrones fluyen «pendiente arriba». Dicho de otro modo, un potencial decreciente actúa como una barrera para un electrón, y eso es lo que hemos dibujado en la figura. Como consecuencia de la acumulación de carga negativa debida a la migración previa de electrones, existe una fuerza que aleja al electrón de la región de tipo p. Esta fuerza es la que impide que continúe la migración neta de electrones del silicio de tipo n al de tipo p. Utilizar potenciales decrecientes para representar un desplazamiento «cuesta arriba» de un electrón no es tan absurdo como pudiera parecer, porque ahora las cosas tienen sentido desde el punto de vista de los huecos, que fluyen de manera natural cuesta abajo. Así que ahora podemos ver que la manera en que hemos dibujado el potencial (desde un nivel elevado a la izquierda a un nivel inferior a la derecha) también da cuenta correctamente del hecho de que el escalón de potencial evita que los huecos escapen de la región de tipo p.

La tercera imagen de la figura ilustra la analogía con una corriente de agua. Los electrones a la izquierda están en disposición de fluir por el cable, pero una barrera se lo impide. Análogamente, los huecos en la región de tipo p están atrapados del lado equivocado de la barrera: la barrera de agua y el escalón de potencial son solo dos maneras de hablar de la misma cosa. Esto es lo que sucede si nos limitamos a juntar una pieza de silicio de tipo n y otra de tipo p. En la práctica, el proceso de juntarlas es más delicado de lo que estamos dejando entrever (no se pueden pegar, porque entonces la unión no permitiría que los electrones y los huecos fluyesen libremente entre una región y otra).

Si ahora conectamos esta «unión pn» a una batería, empiezan a pasar cosas interesantes. Esto nos permite aumentar o reducir la barrera de potencial entre las dos regiones. Si reducimos el potencial de la región de tipo p, estamos aumentando la altura del escalón, lo que dificulta aún más que los electrones y los huecos fluyan

a través de la unión. Pero elevar el potencial de la región de tipo p (o disminuir el de la de tipo n) es como reducir la altura de la presa que estaba conteniendo el agua. Al instante, los electrones fluyen de la región de tipo n a la p, y los huecos lo hacen en dirección opuesta. Así es como la unión pn puede utilizarse como un diodo: permite el flujo, pero solo en una dirección. Sin embargo, hay algo que nos interesa aún más que los diodos.

La figura 9.4 es un esbozo del dispositivo que cambió el mundo: el transistor. Muestra lo que sucede si creamos un sándwich, con una capa de silicio de tipo p entre dos de tipo n. Nuestra explicación del diodo nos será muy útil aquí, porque las ideas son prácticamente las mismas.



*Figura 9.4. Un transistor.*

Los electrones migran de las regiones de tipo n a la de tipo p, y los huecos lo hacen en sentido opuesto, hasta que esta difusión se detiene debido a los escalones de

potencial en las uniones entre las capas. Por separado, es como si hubiera dos depósitos de electrones separados por una barrera, entre los cuales se encuentra un único depósito de huecos lleno a rebosar.

Lo interesante sucede cuando aplicamos voltajes a una de las regiones n y a la región p intermedia. Aplicar voltajes positivos hace que suba el nivel de la izquierda (en una cantidad  $V_c$ ) y el de la región p (en una cantidad  $V_b$ ). Hemos representado esta situación mediante una línea continua en el diagrama intermedio de la figura. Esta manera de disponer los potenciales tiene un efecto espectacular, porque provoca una cascada de electrones que desbordan la barrera central rebajada y llegan hasta la región de tipo n a la izquierda (recordemos que los electrones fluyen «cuesta arriba»). Si  $V_c$  es mayor que  $V_b$ , el flujo de electrones se produce en una sola dirección, y los electrones de la izquierda siguen siendo incapaces de pasar a la región de tipo p. Todo esto puede parecer un poco banal, pero acabamos de describir una válvula electrónica. Aplicando un voltaje a la región de tipo p podemos abrir y cerrar la corriente de electrones.

Y aquí viene el gran final: estamos preparados para apreciar todo el potencial del humilde transistor. En la figura 9.5 se ilustra la acción de un transistor trazando de nuevo paralelismos con una corriente de agua. La situación de la «válvula cerrada» es completamente análoga a lo que sucede si no se aplica un voltaje sobre la región de tipo p. Aplicar un voltaje equivale a abrir la válvula. Debajo de las dos tuberías, también hemos dibujado el símbolo que se suele utilizar para representar un transistor y, poniéndole algo de imaginación, incluso se parece un poco a una válvula.

¿Qué podemos hacer con válvulas y tuberías? La respuesta es que podemos construir un ordenador y, si estas válvulas y tuberías se pueden hacer lo suficientemente pequeñas, incluso un ordenador potente. La figura 9.6 representa conceptualmente cómo podemos utilizar una tubería con dos válvulas para construir una cosa llamada «puerta lógica».

La tubería de la izquierda tiene ambas válvulas abiertas, y en consecuencia el agua sale por su extremo inferior. La tubería del medio y la de la derecha tienen ambas una válvula cerrada, y obviamente el agua no puede salir por su parte inferior.

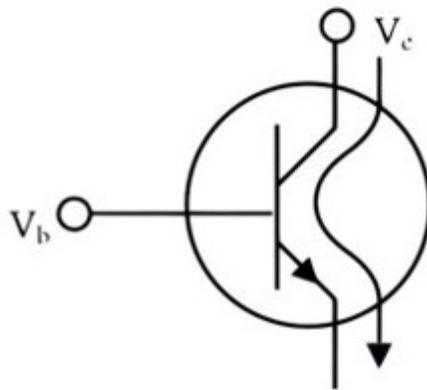
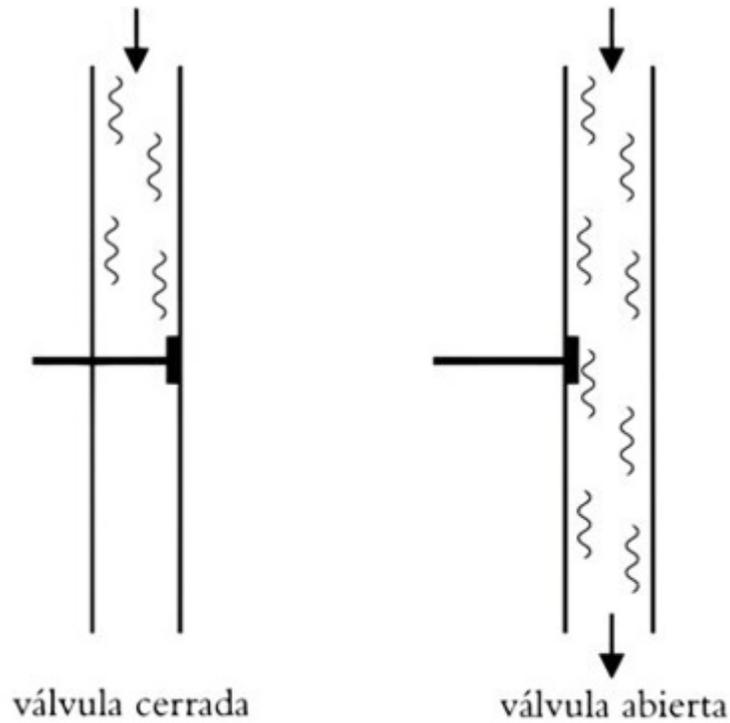
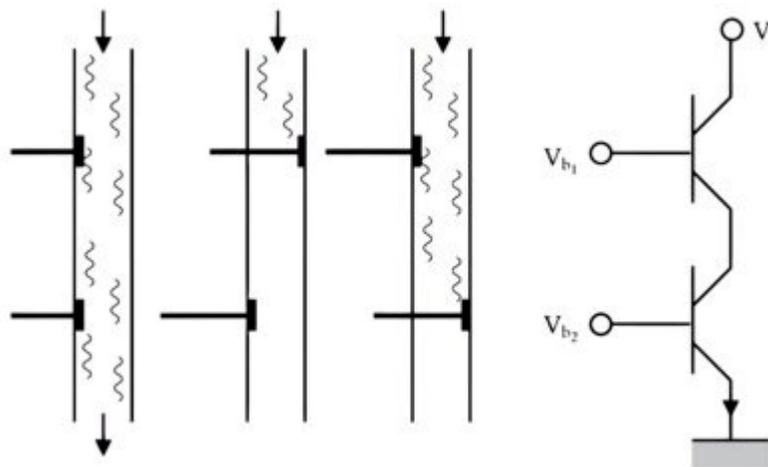


Figura 9.5. Analogía entre el «agua en una tubería» y un transistor.

No nos hemos molestado en representar la cuarta posibilidad, en la que las dos válvulas están cerradas. Si representamos el flujo de agua que sale del extremo inferior de las tuberías mediante el dígito «1» y la ausencia de flujo con el «0», y si

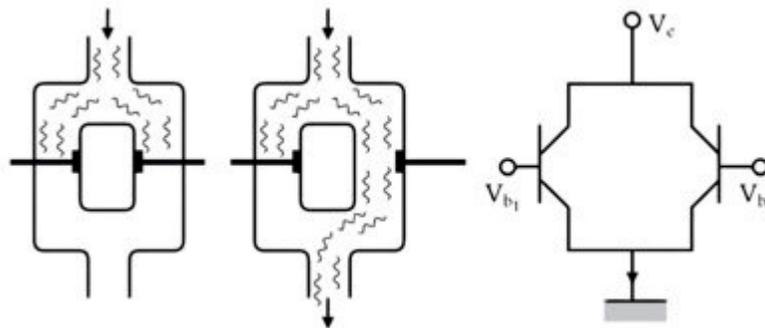
asignamos el dígito «1» a una válvula abierta y el «0» a una válvula cerrada, entonces podemos resumir la acción de las cuatro tuberías (las tres representadas y la que no lo está) mediante las ecuaciones «1 AND 1 = 1», «1 AND 0 = 0», «0 AND 1 = 0» y «0 AND 0 = 0». La expresión «AND» es aquí una operación lógica y se utiliza en un sentido técnico: el sistema de tubería y válvulas que acabamos de describir se denomina «puerta AND». La puerta recibe dos valores de entrada (el estado de las dos válvulas) y devuelve un solo valor de salida (si el agua fluye o no), y la única manera de obtener una salida de «1» es introducir los valores «1» y «1» en la entrada. Esperamos que esté claro cómo podemos utilizar un par de transistores conectados en serie para construir una puerta AND (el diagrama del circuito se representa en la figura). Vemos que solo si ambos transistores están encendidos (es decir, si se aplican voltajes positivos,  $V_{b1}$  y  $V_{b2}$ , en las regiones de tipo p) es posible que fluya una corriente, que es precisamente lo que se necesita para implementar una puerta AND.



*Figura 9.6. «Puerta AND» construida utilizando una tubería de agua y dos válvulas (izquierda) o un par de transistores (derecha). Esta última es mucho más apropiada para la fabricación de ordenadores.*

La figura 9.7 ilustra otro tipo de puerta lógica. En esta, el agua fluirá por el fondo si cualquiera de las dos válvulas está abierta, y la única forma de que no fluya es

cerrando ambas válvulas. Es lo que se denomina una «puerta OR» y, utilizando la misma notación que antes: «1 OR 1 = 1», «1 OR 0 = 1», «0 OR 1 = 1» y «0 OR 0 = 0». También se representa en la figura el correspondiente circuito de transistores, en el que la corriente fluirá en todos los casos, salvo cuando ambos transistores están apagados.



*Figura 9.7. «Puerta OR» construida utilizando tuberías de agua y dos válvulas (izquierda) o un par de transistores (derecha).*

Las puertas lógicas como estas son el secreto de la potencia de los dispositivos electrónicos digitales. A partir de estos modestos componentes podemos montar combinaciones de puertas lógicas mediante las cuales implementar algoritmos tan sofisticados como queramos. Podemos imaginar que especificamos una lista de entradas en algunos circuitos lógicos (una serie de ceros y unos), y que introducimos estos valores de entrada en alguna sofisticada configuración de transistores que produce una lista de valores de salida (de nuevo, una serie de ceros y unos). De esta manera, podemos construir circuitos que realicen complicados cálculos matemáticos, o que tomen decisiones basadas en las teclas que se presionan en un teclado, y transmitan esa información a una unidad que muestre los correspondientes caracteres en una pantalla, o que active una alarma si un intruso irrumpe en una casa, o que envíe un flujo de caracteres de texto a través de un cable de fibra óptica (codificados como una serie de dígitos binarios) a la otra punta del mundo, o... De hecho, cualquier cosa que se nos pueda ocurrir, porque

prácticamente cualquier dispositivo eléctrico que tengamos está repleto de transistores.

El potencial es ilimitado, y ya hemos sabido sacar provecho del transistor para cambiar el mundo. Probablemente no sea ninguna exageración decir que el transistor es el invento más importante de los últimos cien años: el mundo moderno está construido y modelado por las tecnologías de semiconductores. En un sentido práctico, estas tecnologías han salvado millones de vidas: podríamos destacar en particular la aplicación de los ordenadores en los hospitales, las ventajas de tener sistemas de comunicaciones globales rápidos y fiables, y los usos de los ordenadores para la investigación científica y para el control de complejos procesos industriales.

William B. Shockley, John Bardeen y Walter H. Brattain compartieron el premio Nobel en Física de 1956 «por sus investigaciones sobre semiconductores y su descubrimiento del efecto del transistor». Probablemente ningún otro premio Nobel ha reconocido un trabajo que haya afectado directamente a las vidas de tantas personas.

## Capítulo 10

### Interacción

#### *Contenido:*

§. *El problema de la medida cuántica*

§. *Antimateria*

En los primeros capítulos hemos establecido el marco para explicar cómo se mueven de un sitio a otro las partículas más diminutas. Saltan de un lado a otro, explorando la inmensidad del universo sin ningún prejuicio, llevando metafóricamente a cuestas sus minúsculos relojes allá donde van. Cuando sumamos la multitud de relojes correspondientes a las distintas maneras en que una partícula puede llegar a determinado punto del espacio, obtenemos un reloj final cuyo tamaño nos permite calcular la probabilidad de encontrar la partícula «ahí». De este disparatado y anárquico despliegue de saltos cuánticos surgen las propiedades más familiares de los objetos cotidianos. En cierto sentido, cada electrón, cada protón y cada neutrón de nuestro cuerpo está constantemente explorando el universo en su conjunto, y solo cuando se calcula la suma total de todas estas exploraciones se llega a un mundo en el que los átomos de nuestro cuerpo, por fortuna, tienden a permanecer en una disposición razonablemente estable (al menos durante alrededor de un siglo). Lo que aún no hemos abordado en profundidad es la naturaleza de las interacciones entre partículas. Hemos hecho grandes progresos sin necesidad de entrar en detalles sobre cómo hablan las partículas entre sí, en particular recurriendo al concepto de potencial. Pero ¿qué es un potencial? Si el mundo está compuesto únicamente de partículas, sin duda deberíamos poder sustituir la vaga noción de que las partículas se mueven «en el potencial» creado por otras partículas, y hablar en cambio de cómo las partículas se mueven e interactúan entre sí.

Esto es exactamente lo que hace la aproximación moderna a la física fundamental, conocida como teoría cuántica de campos, al complementar las reglas que dicen cómo saltan las partículas de un sitio a otro con un nuevo conjunto de reglas que explican cómo interactúan entre sí. Resulta que estas reglas no son más complicadas que las que hemos visto hasta ahora, y una de las maravillas de la ciencia moderna es el hecho de que, a pesar de la intrincada complejidad del mundo natural, estas reglas no son muchas. Como escribió Albert Einstein: «El eterno misterio del mundo radica en su inteligibilidad. El hecho de que sea comprensible es un milagro».

Comencemos por articular las reglas de la primera teoría cuántica de campos que se descubrió: la electrodinámica cuántica, o QED (por sus siglas en inglés). Sus orígenes se remontan a la década de 1920, cuando Dirac en particular experimentó un gran éxito inicial al cuantizar el campo electromagnético de Maxwell. A lo largo de este libro ya nos hemos encontrado varias veces con el cuanto del campo electromagnético, el fotón, pero hubo muchos problemas relacionados con la nueva teoría que, aunque evidentes, permanecieron sin resolver durante las décadas de 1920 y 1930. Por ejemplo, ¿exactamente cómo emite el electrón un fotón cuando se mueve entre los niveles de energía en un átomo? Y, ya puestos, ¿qué le sucede a un fotón cuando es absorbido por un electrón, lo que permite que este salte a un nivel de mayor energía? Evidentemente, los fotones se pueden crear y destruir en los procesos atómicos, y la manera en que esto ocurre no se aborda en la «antigua» teoría cuántica que hemos visto hasta ahora en este libro.

En la historia de la ciencia ha habido un puñado de legendarios encuentros de científicos, cuyas reuniones cambiaron el rumbo de la ciencia. Probablemente no lo hicieron, en el sentido de que normalmente los participantes en ellas llevaban años trabajando en los problemas, pero la Conferencia de Shelter Island de junio de 1947, celebrada en el extremo de Long Island, en Nueva York, tiene más motivos que muchas para vanagloriarse de haber propiciado algo especial. Merece la pena recitar la lista de participantes porque, pese a su brevedad, permite hacer un repaso

a los grandes nombres de la física estadounidense del siglo XX. Por orden alfabético: Hans Bethe, David Bohm, Gregory Breit, Karl Darrow, Herman Feshbach, Richard Feynman, Hendrik Kramers, Willis Lamb, Duncan MacInnes, Robert Marshak, John von Neumann, Arnold Nordsieck, J. Robert Oppenheimer, Abraham Pais, Linus Pauling, Isidor Rabi, Bruno Rossi, Julian Schwinger, Robert Serber, Edward Teller, George Uhlenbeck, John Hasbrouck van Vleck, Victor Weisskopf y John Archibald Wheeler. El lector ya se ha encontrado con varios de estos nombres a lo largo de este libro, y cualquier estudiante de física probablemente ha oído la mayoría de ellos. El escritor estadounidense Dave Barry escribió: «Si hubiese que identificar en una palabra la razón por la que la raza humana nunca ha alcanzado, ni alcanzará jamás, su pleno potencial, esa palabra sería “reuniones”». Lo cual es indudablemente cierto, pero la de Shelter Island fue una excepción. La reunión empezó con una presentación sobre lo que ahora se conoce como «efecto Lamb». Utilizando técnicas de microondas de alta precisión desarrolladas durante la Segunda Guerra Mundial, Willis Lamb descubrió que, en realidad, la antigua teoría cuántica no describía perfectamente el espectro del hidrógeno. Observó un ligero desplazamiento en los niveles de energía que no se podía explicar mediante la teoría que hemos desarrollado hasta aquí. Es un efecto minúsculo, pero supuso un reto fantástico para los científicos allí reunidos.

Dejaremos Shelter Island, en calma tras la charla de Lamb, y volveremos a la teoría que surgió en los meses y años siguientes al encuentro. Y al hacerlo revelaremos el origen del efecto Lamb, pero, para abrir boca, he aquí una críptica formulación de la solución: el protón y el electrón no están solos en el átomo.

La QED es la teoría que explica cómo las partículas con carga eléctrica, como los electrones, interactúan entre sí y con partículas de luz (fotones). Es capaz por sí sola de explicar todos los fenómenos naturales, a excepción de la gravedad y los fenómenos nucleares. Estos últimos los analizaremos más adelante, y al hacerlo explicaremos por qué el núcleo atómico puede mantenerse unido, a pesar de que está compuesto por un montón de protones, de carga positiva, y neutrones, sin

carga, que saldrían disparados en un instante de repulsión eléctrica de no ser por ciertas cosas que suceden en el interior del núcleo. Prácticamente todo lo demás — desde luego, todo lo que vemos y sentimos a nuestro alrededor— se explica al nivel más profundo que conocemos mediante la QED. La materia, la luz, la electricidad y el magnetismo: todo es QED.

Empecemos por analizar un sistema que ya hemos visto muchas veces a lo largo de este libro: un mundo que contiene un solo electrón. Los pequeños círculos en la figura de los «saltos de relojes» en la figura 4.2 ilustran las varias ubicaciones posibles del electrón en algún instante del tiempo. Para deducir la probabilidad de encontrarlo en algún punto  $X$  en un instante posterior, nuestras reglas cuánticas dicen que debemos permitir que el electrón salte hasta  $X$  desde cualquier punto inicial posible. Cada salto trae consigo un reloj al punto  $X$ ; los sumamos todos y ya está.

Ahora vamos a hacer algo que al principio quizá parezca excesivamente complicado, pero tenemos motivos de peso para hacerlo, por supuesto. Vamos a usar unas cuantas aes, bes y tes. Es decir, volvemos a adentrarnos en el territorio de las chaquetas de *tweed* y el polvo de tiza, pero no por mucho tiempo.

Si una partícula va de un punto  $A$  en el instante inicial a un punto  $B$  en un momento  $T$ , podemos calcular el aspecto del reloj en  $B$  girando la manecilla del reloj en  $A$  en sentido antihorario en una cantidad determinada por la distancia que existe entre  $A$  y  $B$  y por el intervalo de tiempo  $T$ . Podemos escribir que el reloj en  $B$  viene dado por  $C(A,0) P(A,B,T)$ , donde  $C(A,0)$  representa el reloj inicial en  $A$  en el instante cero y  $P(A,B,T)$  refleja la regla para el giro y la variación de tamaño de la manecilla del reloj correspondiente al salto de  $A$  a  $B$ .<sup>36</sup> Nos referiremos a  $P(A,B,T)$  como el «propagador» de  $A$  a  $B$ . Una vez que conocemos la regla de propagación de  $A$  a  $B$ , tenemos todo lo que necesitamos para calcular la probabilidad de encontrar la partícula en  $X$ . En el ejemplo de la figura 4.2, tenemos numerosos puntos iniciales, por lo que habrá que propagar los relojes desde todos y cada uno de ellos hasta  $X$  y sumarlos todos. En nuestra notación en apariencia

desproporcionada, el reloj resultante  $C(X, T) = C(X1, 0) P(X1, X, T) + C(X2, 0) P(X2, X, T) + C(X3, 0) P(X3, X, T) + \dots$ , donde  $X1, X2, X3$ , etcétera, indican todas las posiciones de la partícula en el instante cero (es decir, las posiciones de los circulitos de la figura 4.2). Para que quede claro:  $C(X3, 0) P(X3, X, T)$  significa simplemente «tome un reloj desde el punto  $X3$  y propáguelo hasta el punto  $X$  en el instante  $T$ ». No caigamos en el error de pensar que está pasando algo muy complicado. Lo único que estamos haciendo es escribir en una notación especial algo que ya sabíamos: «tome el reloj en  $X3$  en el instante cero y calcule cuánto habrá que girar la manecilla y cuánto variará su tamaño para reflejar el trayecto desde  $X3$  hasta el punto  $X$  en un instante  $T$  posterior, repita el mismo proceso para todos los demás relojes en el instante inicial y por último sume todos los relojes según la regla de adición». Estamos seguros de que coincidirá con nosotros en que la frase anterior no es precisamente fácil de pronunciar, y un poco de notación nos facilita la vida.

Ciertamente podemos entender el propagador como la encarnación de la regla para el giro y la contracción de la manecilla de los relojes. También podemos verlo como un reloj. Para explicar esta audaz afirmación, imaginemos que sabemos sin lugar a dudas que un electrón se encuentra situado en un punto  $A$  en un instante  $T = 0$ , y que está descrito por un reloj de tamaño 1 que marca las 12 en punto. Podemos ilustrar el acto de la propagación mediante un segundo reloj cuyo tamaño representa cuánto debe contraerse el reloj inicial, y cuya hora codifica cuánto debe girar su manecilla. Si un salto de  $A$  a  $B$  requiere que el reloj inicial se contraiga en un factor 5 y marque 2 horas menos, entonces el propagador  $P(A,B,T)$  podría representarse mediante un reloj cuyo tamaño es  $1/5 = 0,2$  y que señala las 10 en punto (esto es, 2 horas antes de las 12). El reloj en  $B$  se obtiene simplemente «multiplicando» el reloj original en  $A$  por el reloj propagador.

Un inciso para quienes se manejan con los números complejos: igual que tanto  $C(X1, 0)$  como  $C(X2, 0)$  se pueden representar mediante un número complejo, lo mismo se puede hacer con  $P(X1, X, T)$  y  $P(X2, X, T)$ , y se combinan mediante las

reglas matemáticas para la multiplicación de dos números complejos. Para quienes no saben utilizar los números complejos, no importa, porque la descripción a través de la analogía de los relojes es igualmente precisa. Lo único que hemos hecho es introducir una manera ligeramente distinta de entender la regla para el giro de las manecillas: podemos hacer que un reloj gire y se contraiga utilizando otro reloj.

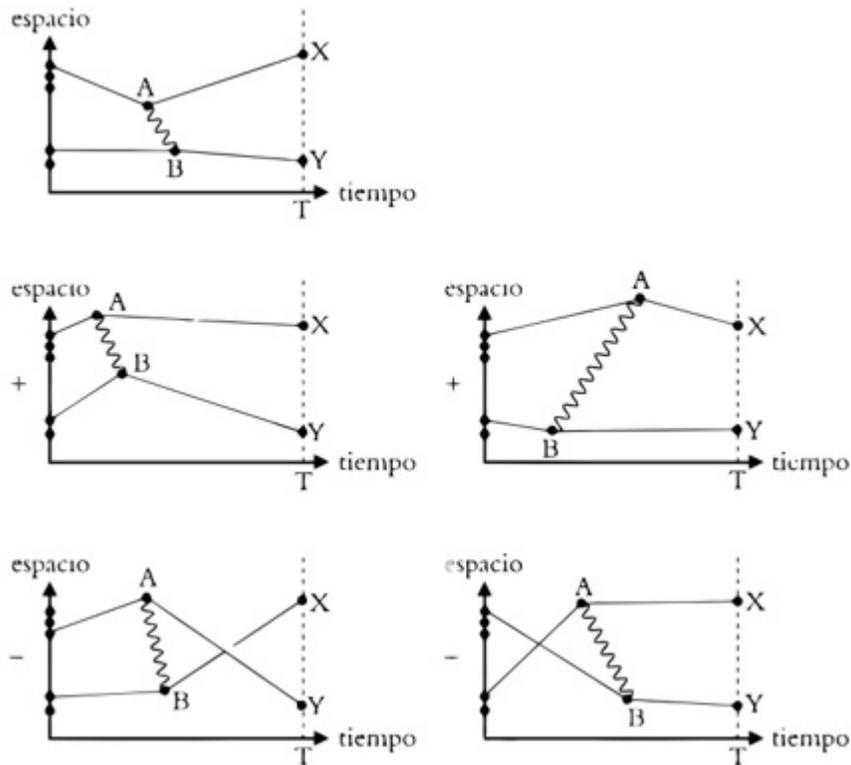
Ahora estamos en condiciones de diseñar nuestra regla para la multiplicación de relojes para que todo esto funcione: multiplicamos los tamaños de los dos relojes ( $1 \times 0,2 = 0,2$ ) y combinamos las horas que marcan de tal manera que retrasamos el primer reloj en 12 en punto  $-$  10 en punto  $=$  2 horas. Esto puede parecer excesivamente enrevesado, y de hecho no hace falta cuando solo tenemos que preocuparnos de una única partícula. Pero los físicos somos vagos, y no nos complicaríamos tanto la vida si no nos permitiese ahorrar tiempo a largo plazo. Esta notación es una manera muy útil de llevar la cuenta de todos los giros y contracciones cuando pasemos al caso más interesante en que haya varias partículas en nuestro problema (por ejemplo, en el átomo de hidrógeno).

Con independencia de los detalles, solo hay dos elementos clave en nuestro método para calcular la probabilidad de encontrar una sola partícula en algún lugar del universo. Primero, necesitamos especificar la distribución inicial de relojes que codifican la información sobre dónde es probable encontrar la partícula en el instante cero. Segundo, tenemos que conocer el propagador,  $P(A, B, T)$ , que es en sí mismo un reloj que codifica la regla para la contracción y el giro cuando una partícula salta de A a B. Una vez que sabemos qué aspecto tiene el propagador para cualquier par de puntos inicial y final, ya tenemos todo lo que necesitamos, y podemos calcular con confianza la sublimemente aburrida dinámica de un universo que contiene una sola partícula. Pero no deberíamos ser tan displicentes, porque esta situación tan sencilla no se complica mucho más cuando incorporamos las interacciones entre partículas. Hagámoslo, pues.

La figura 10.1 ilustra gráficamente todas las ideas clave que queremos exponer. Supone nuestro primer encuentro con los diagramas de Feynman, la herramienta de

cálculo del físico de partículas profesional. La tarea que se nos ha encomendado consiste en calcular la probabilidad de encontrar un par de electrones en los puntos X e Y en un instante T. Como punto de partida se nos dice dónde se encuentran los electrones en el instante inicial (es decir, qué aspecto tienen sus nubes iniciales de relojes). Esto es importante porque ser capaces de encontrar la respuesta a esta cuestión equivale a poder saber «qué sucede en un universo que contiene dos electrones». Puede que no parezca un gran avance, pero una vez que sepamos cómo hacerlo, el mundo es nuestro, porque sabremos cómo interactúan entre sí los componentes básicos de la naturaleza.

Para simplificar la representación, solo hemos dibujado una dimensión espacial, y el tiempo avanza de izquierda a derecha. Esto no afectará en absoluto a nuestras conclusiones. Empecemos describiendo la primera serie de imágenes en la figura 10.1. Los puntitos en  $T = 0$  corresponden a las posibles ubicaciones de los dos electrones en el instante inicial. En la ilustración hemos supuesto que el electrón superior puede estar en una de tres ubicaciones, mientras que el inferior puede encontrarse en una de dos posiciones (en el mundo real tendríamos que tratar con electrones que pueden estar en una infinidad de ubicaciones posibles, pero si tuviésemos que dibujar esa situación nos quedaríamos sin tinta). El electrón superior salta a A en algún instante posterior, y al hacerlo ocurre una cosa interesante: emite un fotón (representado por la línea ondulada). El fotón salta entonces a B, donde es absorbido por el otro electrón. A continuación, el electrón superior salta de A a X, mientras que el inferior lo hace de B a Y. Esta es únicamente una de las infinitas maneras en que nuestro par de electrones originales pueden llegar a los puntos X e Y. Podemos asociar un reloj a todo este proceso, que llamaremos «reloj 1», o C1, para abreviar. El cometido de la QED consiste en proporcionarnos las reglas del juego que nos permitan deducir este reloj.



*Figura 10.1. Algunas de las maneras en que un par de electrones pueden dispersarse mutuamente. Los electrones parten de la izquierda y acaban siempre en el mismo par de puntos, X e Y, en el instante T. Estos gráficos corresponden a algunas de las diferentes formas en que las partículas pueden llegar a X e Y.*

Antes de entrar en detalles, esbozemos cómo será el resultado. La imagen superior de la figura representa una de las innumerables formas en que el par de electrones iniciales pueden llegar a X e Y. Las otras imágenes representan otras cuantas maneras. La idea fundamental es que, para cada manera en que los electrones pueden llegar a X e Y, vamos a identificar un reloj cuántico (C1 es el primero de una larga lista).<sup>37</sup>

Cuando tengamos todos los relojes, los sumaremos para obtener un solo reloj «maestro». El tamaño de este reloj (al cuadrado) nos dará la probabilidad de encontrar el par de electrones en X e Y. Así pues, de nuevo debemos imaginar que, para llegar a X e Y, los electrones no siguen una única trayectoria, sino que se dispersan mutuamente de todas las maneras posibles. Si nos fijamos en las varias

imágenes finales de la figura, veremos algunas maneras más elaboradas en que los electrones se pueden dispersar. Los electrones no solo intercambian fotones, sino que también pueden emitir un fotón y reabsorberlo ellos mismos, y las últimas dos imágenes reflejan una situación muy extraña. Estas representaciones incluyen el escenario en el que parece que un fotón emite un electrón que «da una vuelta completa» para acabar en el punto de partida. Enseguida diremos algo más al respecto, pero de momento podemos simplemente imaginar una serie de diagramas cada vez más complicados que corresponden a casos en los que los electrones emiten y absorben una cantidad enorme de electrones antes de acabar finalmente en X e Y. Tendremos que considerar las muy diversas formas en que los electrones pueden acabar en X e Y, pero hay dos reglas muy claras: los electrones solo pueden saltar de un lugar a otro y emitir o absorber un único fotón. Esto es todo lo que hay: los electrones pueden saltar o pueden desintegrarse. Un análisis más detallado debería revelar que ninguna de las imágenes que hemos dibujado contraviene estas dos reglas, porque en ellas nunca se produce algo más complicado que una unión en la que intervienen dos electrones y un fotón. Ahora debemos explicar cómo calculamos los correspondientes relojes, uno por cada imagen en la figura 10.1.

Centrémonos en la imagen superior y expliquemos cómo determinar el aspecto del reloj asociado a la misma (C1). Al inicio del proceso, hay dos electrones, cada uno con su correspondiente reloj. Debemos empezar obteniendo su producto, según la regla de multiplicación de relojes, para tener un único reloj, que denotaremos mediante el símbolo C. Multiplicarlos tiene sentido porque, recordémoslo, los relojes realmente simbolizan probabilidades, y si tenemos dos probabilidades independientes la manera de combinarlas consiste en multiplicarlas. Por ejemplo, la probabilidad de que en dos monedas salgan cara es  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ . Análogamente, el reloj combinado, C, nos da la probabilidad de encontrar los dos electrones en sus posiciones iniciales.

El resto es simplemente más multiplicación de relojes. El electrón superior salta hasta A, lo que tendrá su correspondiente reloj, que llamaremos P (1, A) («la

partícula 1 salta hasta A»). Mientras tanto, el electrón inferior salta a B, y asimismo tenemos un reloj para esto, que denominaremos  $P(2, B)$ . De manera similar, hay dos relojes más, correspondientes a los saltos de los electrones a sus destinos finales: los llamaremos  $P(A, X)$  y  $P(B, Y)$ . Por último, también tenemos un reloj vinculado al fotón, que salta de A a B. Puesto que el fotón no es un electrón, la regla para la propagación de fotones podría ser distinta de la correspondiente a los electrones, por lo que deberíamos utilizar un símbolo diferente para este reloj: llamémoslo  $L(A, B)$ .<sup>38</sup> Ahora simplemente multiplicamos todos los relojes para obtener un reloj «maestro»:  $R = C \times P(1, A) \times P(2, B) \times P(A, X) \times P(B, Y) \times L(A, B)$ . Ya casi hemos acabado, pero nos quedan algunas contracciones más por hacer, porque la regla de la QED para lo que sucede cuando un electrón emite o absorbe un fotón dice que deberíamos introducir un factor de contracción,  $g$ . En nuestro diagrama, el electrón superior emite el fotón y el inferior lo absorbe, lo cual requiere dos factores  $g$ , es decir,  $g^2$ . Ahora sí que hemos terminado, y nuestro «reloj 1» final se obtiene calculando  $C1 = g^2 \times R$ .

El factor de contracción  $g$  parece un poco arbitrario, pero su interpretación física es muy importante. Evidentemente, está relacionado con la probabilidad de que un electrón emita un fotón, lo cual representa la intensidad de la fuerza electromagnética. En algún momento a lo largo de nuestros cálculos teníamos que introducir una conexión con el mundo real, porque estamos calculando cosas reales y, así como la constante de gravitación de Newton,  $G$ , contiene toda la información sobre la intensidad de la gravedad,  $g$  incorpora la relativa a la intensidad de la fuerza electromagnética.<sup>39</sup>

Si estuviésemos realmente realizando el cálculo completo, ahora nos centraríamos en el segundo diagrama, que representa otra vía por la que nuestro par de electrones originales puede llegar a los mismos puntos, X e Y. Es muy similar al primer diagrama, porque los electrones se encuentran inicialmente en las mismas posiciones, pero ahora el electrón superior emite el fotón en un lugar y tiempo diferentes, y el electrón inferior lo absorbe también en un lugar y momento

distintos. Por lo demás, la situación es exactamente igual que la anterior y obtendremos un «reloj 2», que llamaremos C2.

Seguimos adelante, repitiendo el proceso completo una y otra vez para cada lugar desde el que se puede emitir el fotón y cada posición donde se puede absorber. También deberíamos tener en cuenta el hecho de que los electrones pueden partir de una gran variedad de posiciones iniciales. La idea fundamental es que hay que considerar todas y cada una de las maneras de llevar los electrones a X e Y, y a cada una le corresponde su propio reloj. Una vez que tenemos todos los relojes, «simplemente» los sumamos para obtener un reloj final cuyo tamaño nos da la probabilidad de encontrar un electrón en X y un segundo en Y. Con esto hemos terminado: hemos calculado cómo interactúan dos electrones, porque no podemos hacer más que computar probabilidades.

Lo que acabamos de describir es la esencia de la QED, y el resto de las fuerzas de la naturaleza permiten una descripción satisfactoriamente parecida. Enseguida llegaremos a ellas, pero antes aún tenemos que descubrir alguna cosa más.

En primer lugar dedicaremos un párrafo para describir dos detalles pequeños pero importantes. Número 1: hemos simplificado las cosas al ignorar que los electrones poseen espín, y por lo tanto los hay de dos tipos. No solo eso, sino que los fotones también tienen espín (son bosones) y los hay de tres tipos. Esto solo complica un poco más los cálculos, porque hemos de tener en cuenta con qué tipos de electrón y de fotón estamos tratando en cada paso de los saltos y las desintegraciones. Número 2: si ha estado leyendo atentamente, quizá se haya percatado de la existencia de un signo menos delante de un par de las imágenes de la figura 10.1. Está ahí porque estamos hablando de electrones idénticos que saltan hasta X e Y, y las dos imágenes con el signo negativo corresponden al intercambio de los electrones respecto a las demás imágenes, lo que equivale a decir que un electrón que empieza en una de las nubes de puntos superiores acaba en Y, mientras que el electrón inferior termina en X. Como hemos argumentado en el capítulo 7, estas

configuraciones debidas al intercambio de partículas se combinan tras haber incorporado un retraso adicional de 6 horas en sus relojes, de ahí el signo menos.

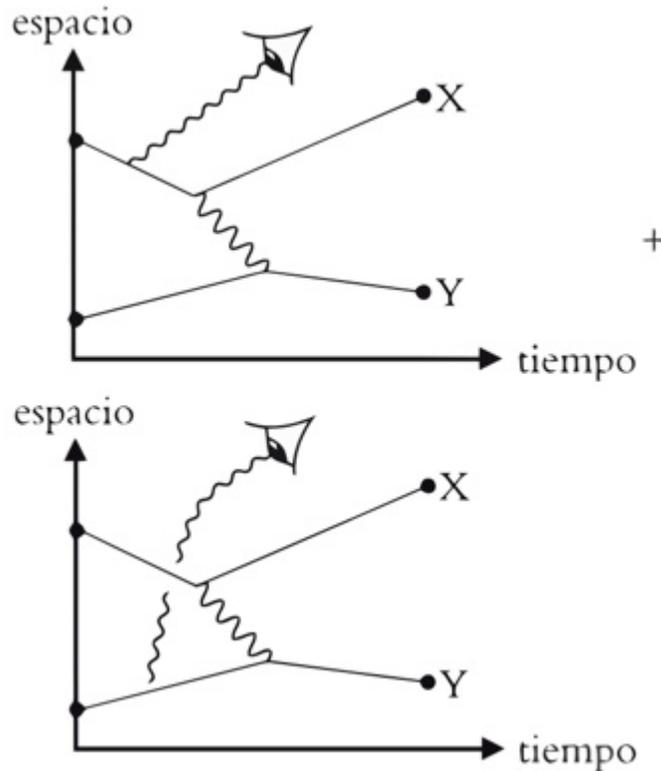
Quizá también haya detectado un posible fallo en nuestra exposición: hay infinitos diagramas que describen cómo pueden acabar dos electrones en X e Y, y sumar un número infinito de relojes puede resultar, como mínimo, engorroso. Afortunadamente, cada suceso de una desintegración fotón-electrón introduce un nuevo factor  $g$  en el cálculo, y esto reduce el tamaño del reloj resultante. Esto significa que, cuanto más complicado sea el diagrama, menor será el reloj que aporta y menor también su importancia cuando llegue el momento de sumarlos todos. En la QED,  $g$  es un número bastante pequeño (alrededor de 0,3); por lo tanto, la contracción es bastante pronunciada a medida que aumenta el número de desintegraciones. Con mucha frecuencia, basta con considerar únicamente los diagramas con los cinco primeros de la figura, donde no hay más de dos desintegraciones, y eso nos ahorra mucho trabajo.

El proceso de calcular el reloj (que en la jerga técnica se denomina «amplitud») para cada diagrama de Feynman, sumar todos los relojes y elevar al cuadrado el reloj final para obtener la probabilidad de que el proceso tenga lugar es el pan nuestro de cada día de la física de partículas moderna. Pero bajo la superficie de todo lo que hemos estado diciendo subyace una cuestión fascinante, una cuestión que preocupa mucho a algunos físicos y a otros nada en absoluto.

### **§. El problema de la medida cuántica**

Cuando sumamos los relojes correspondientes a los distintos diagramas de Feynman, estamos permitiendo que se produzca la orgía de interferencia cuántica. Como en el caso del experimento de la doble rendija, donde hemos tenido que considerar cualquier trayectoria posible que la partícula puede seguir en su recorrido hasta la pantalla, ahora debemos tener en cuenta cualquier manera en que un par de partículas pueden llegar de sus posiciones iniciales a las finales. Esto nos permite calcular el resultado correcto, porque deja margen para la interferencia

entre distintos diagramas. Solo al final del proceso, cuando se han sumado todos los relojes y se ha tenido en cuenta toda la interferencia, deberíamos elevar al cuadrado el reloj final para calcular la probabilidad de que el proceso se produzca. Sencillo. Pero fijémonos en la figura 10.2.



*Figura 10.2. Un ojo humano observando lo que sucede.*

¿Qué sucede si tratamos de detallar lo que hacen los electrones cuando saltan hasta X e Y? La única manera de analizar lo que está sucediendo es interactuando con el sistema de acuerdo con las reglas del juego. En QED, esto significa que debemos atenernos a la regla de las desintegraciones electrón-fotón, porque no hay nada más. Así pues, interactuemos con uno de los fotones que se pueden emitir desde uno u otro de los electrones, al detectarlo usando nuestro propio detector de fotones: el ojo. Tengamos en cuenta que ahora estamos planteando una pregunta distinta: « ¿Cuál es la probabilidad de encontrar un electrón en X y otro en Y, y

también un fotón en mi ojo?». Ya sabemos lo que debemos hacer para obtener la respuesta: sumar todos los relojes asociados a los distintos diagramas que empiezan con dos electrones y terminan con un electrón en X, otro en Y, y también un fotón «en mi ojo». Más exactamente, deberíamos hablar de cómo interactúa el fotón con el ojo. Aunque podría empezar siendo algo relativamente sencillo, enseguida se descontrola. Por ejemplo, el fotón saldrá dispersado al toparse con un electrón en un átomo en mi ojo, y eso desencadenará una sucesión de acontecimientos que conducirán en última instancia a mi percepción del fotón cuando tome conciencia del destello de luz en el ojo. Así pues, describir completamente lo que sucede implica especificar las posiciones de cada partícula en mi cerebro cuando responden a la llegada del fotón. Estamos navegando en aguas próximas al denominado «problema de la medida cuántica».

Hasta ahora hemos descrito con cierto detalle cómo calcular probabilidades en física cuántica. Entendemos por ello que la teoría cuántica permite calcular la probabilidad de obtener algún resultado en particular al realizar una medición asociada a un experimento. No existe ambigüedad en este proceso, siempre que respetemos las reglas del juego y nos limitemos a calcular la probabilidad de que algo suceda. No obstante, hay algo que debería inquietarnos. Imaginemos que un investigador lleva a cabo un experimento para el cual solo hay dos resultados posibles, «sí» y «no». Imaginemos ahora que estamos realizando el experimento. El investigador registrará un «sí» o un «no», pero evidentemente no ambos al mismo tiempo. Hasta aquí todo bien.

Ahora imaginemos una medida futura de alguna otra cosa (la que sea) realizada por un segundo investigador. De nuevo supondremos que es un experimento sencillo cuyo resultado consiste en que algo haga clic o no. Las reglas de la física cuántica dictan que debemos calcular la probabilidad de que el segundo experimento haga clic sumando todos los relojes relacionados con todas las probabilidades que conducen a este resultado. Esto podría incluir la situación en la que el primer investigador mide «sí» y el caso complementario en el que mide «no». Solo

después de sumar las dos obtenemos el resultado correcto para la probabilidad de que el segundo experimento haga clic. ¿Es esto realmente correcto? ¿Debemos contemplar la posibilidad de que, incluso después de obtener el resultado de alguna medida, deberíamos mantener la coherencia del mundo? ¿O se da la circunstancia de que, una vez que hemos medido «sí» o «no» en el primer experimento, el futuro depende únicamente de esa medida? Por ejemplo, en nuestro segundo experimento esto significaría que, si el primer investigador obtiene como resultado «sí», entonces la probabilidad de que el segundo experimento dé clic debería calcularse no a partir de una suma coherente de las posibilidades «sí» y «no», sino considerando solo las maneras en que el mundo puede evolucionar desde «el primer investigador mide “sí”» hasta «el segundo experimento hace clic». Claramente, esto último daría un resultado diferente del que se obtendría si tuviésemos en cuenta tanto los casos en los que se ha obtenido «sí» en la primera medida como en aquellos en los que se ha registrado un «no», y, para poder afirmar que entendemos perfectamente la situación, necesitamos saber cuál de las dos opciones es la correcta.

La manera de comprobar cuál de las dos posibilidades es la buena pasa por determinar si el proceso de medida en sí tiene algo de especial. ¿Altera el mundo y nos impide poder sumar amplitudes cuánticas o, por el contrario, forma parte de una compleja red de posibilidades que permanecen eternamente en superposición coherente? Como seres humanos, podemos tener la tentación de pensar que medir algo ahora (obtener «sí» o «no», por ejemplo) modifica irreversiblemente el futuro y que, si eso fuera cierto, ninguna medida futura podría producirse a través de ambas vías, la del «sí» y la del «no». Pero no está nada claro que sea esto lo que sucede, porque parece que siempre existe la posibilidad de encontrar el universo en un estado futuro al que se puede llegar bien por la vía del «sí», o bien por la del «no». Para estos estados, las leyes de la física cuántica, interpretadas en un sentido literal, no nos dejan más opción que computar la probabilidad de su manifestación sumando a través de ambas vías, la del «sí» y la del «no». Por raro que resulte esto,

no es más extraño que la suma de todas las historias que hemos estado calculando a lo largo de este libro. Lo único que sucede es que nos estamos tomando la idea tan en serio que estamos dispuestos a hacerlo incluso a escala de los seres humanos y de sus acciones. Desde este punto de vista, no existe un «problema de la medida». Solo si insistimos en que el acto de medir «sí» o «no» altera realmente la naturaleza de las cosas, nos topamos con un problema, porque entonces estamos obligados a explicar qué es lo que desencadena esta alteración y quiebra la coherencia cuántica. La aproximación a la mecánica cuántica que hemos expuesto, que rechaza la idea de que la naturaleza escoge una versión determinada de la realidad cada vez que alguien (o algo) «realiza una medida», constituye la base de lo que normalmente se conoce como la interpretación de los «universos paralelos». Es muy sugerente porque es la consecuencia lógica de tomarse las leyes que rigen el comportamiento de las partículas elementales lo suficientemente en serio como para utilizarlas con el fin de describir todos los fenómenos. Pero las consecuencias son sorprendentes, porque tenemos que imaginar que el universo es en realidad una superposición coherente de todas las cosas que pueden suceder, y que el mundo tal y como lo percibimos (con su realidad aparentemente concreta) surge solo porque nos engañamos al pensar que la coherencia se pierde cada vez que «medimos» algo. Dicho de otro modo, mi percepción consciente del mundo está modelada por el hecho de que es en extremo improbable que las historias alternativas (y potencialmente susceptibles de interferir) conduzcan al mismo «ahora», y eso significa que la interferencia cuántica es despreciable.

Si en realidad la medida no está destruyendo la coherencia cuántica, entonces, en cierto sentido, vivimos nuestras vidas dentro de un diagrama de Feynman gigante, y nuestra predisposición a pensar que suceden cosas concretas es en realidad una consecuencia de nuestras burdas percepciones del mundo. En realidad, es concebible que en algún momento futuro pueda sucedernos algo que exija que en el pasado hubiésemos hecho dos cosas mutuamente opuestas. Sin duda, el efecto es sutil, porque entre «conseguir el trabajo» y «no conseguirlo» hay una gran

diferencia en nuestras vidas, y no es fácil imaginar un escenario en el que conduzcan a universos futuros idénticos (recordemos que solo debemos sumar las amplitudes que llevan a resultados idénticos). Así pues, en este caso, el hecho de conseguir o no conseguir el trabajo no interfieren mucho entre sí, y nuestra percepción del mundo es la de que ha sucedido una cosa y no la otra. Sin embargo, las cosas se vuelven más ambiguas cuanto menos distintos son los dos escenarios alternativos, y, como hemos visto, para interacciones en las que participa una cantidad pequeña de partículas, sumar a través de las distintas posibilidades es algo absolutamente necesario. Las grandes cantidades de partículas que intervienen en nuestra vida cotidiana implican que es muy poco probable que dos configuraciones de los átomos sustancialmente distintas en un instante dado (por ejemplo, correspondientes a conseguir el trabajo o no) conduzcan a contribuciones a algún escenario futuro que interfieran significativamente entre sí. A su vez, esto significa que podemos fingir que el mundo ha cambiado sin remedio como consecuencia de una medida, aun cuando en realidad no ha sucedido nada por el estilo.

Pero tales elucubraciones no son acuciantes cuando de lo que se trata es del muy serio asunto de computar la probabilidad de que algo suceda cuando llevamos a cabo un experimento en la práctica. Para ello, sabemos cuáles son las reglas y podemos implementarlas sin problemas. Pero esta feliz circunstancia podría cambiar algún día. De momento sucede que hasta ahora no ha habido manera de poner a prueba mediante experimentos las cuestiones sobre cómo podría influir nuestro pasado sobre el futuro a través de la interferencia cuántica. La medida en que las cavilaciones sobre la «verdadera naturaleza» del mundo (o mundos) descrita por la teoría cuántica pueden empañar el progreso científico queda perfectamente recogida en la posición de la corriente de físicos que abogan por el «cállate y calcula», que hábilmente desestima cualquier intento de hablar sobre la realidad de las cosas.

## §. Antimateria

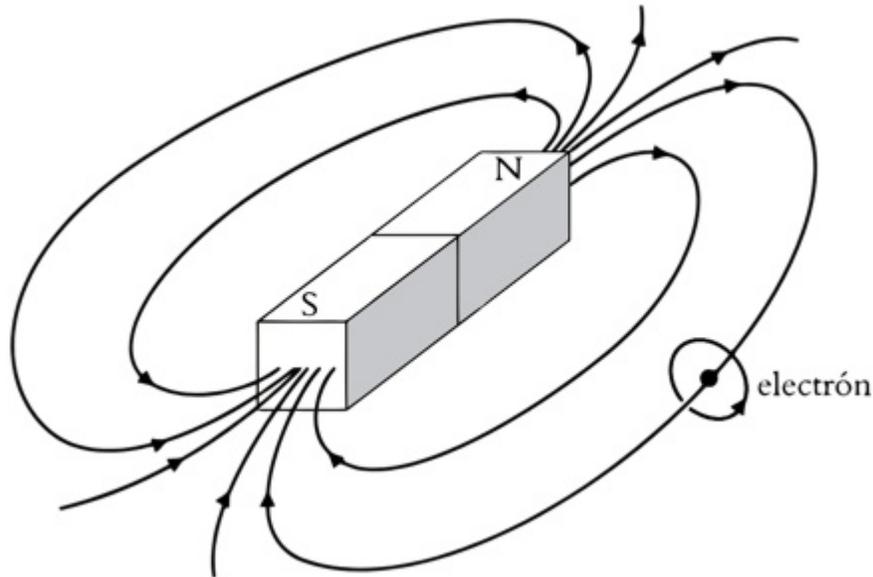


electrones situados en A y B. Seguimos teniendo solo estos dos electrones hasta el instante  $T_1$ , en el que el electrón inferior emite un fotón. Entre  $T_1$  y  $T_2$ , el mundo contiene dos electrones y un fotón. En el instante  $T_2$ , el fotón muere y es sustituido por un electrón (que acabará en C) y una segunda partícula (que acabará en X). Dudamos si llamar electrón a esta segunda partícula, porque es un «electrón que viaja hacia atrás en el tiempo». La pregunta es ¿qué aspecto tiene un electrón que retrocede en el tiempo desde el punto de vista de alguien (como nosotros) que avanza en el tiempo?

Para encontrar una respuesta, imaginemos que grabamos en vídeo al electrón mientras se mueve en las proximidades de un imán, como se ilustra en la figura 10.4. Suponiendo que el electrón no se mueva demasiado rápido,<sup>40</sup> normalmente describirá una trayectoria circular. Que un imán puede desviar la trayectoria de los electrones es, como hemos dicho antes, la idea fundamental en la que se basan los antiguos televisores de tubo de rayos catódicos y algo mucho más glamuroso: los aceleradores de partículas, incluido el Gran Colisionador de Hadrones. Imaginemos ahora que reproducimos el vídeo al revés. Así es como se vería un «electrón que retrocede en el tiempo» desde la perspectiva de quienes, como nosotros, «avanzamos en el tiempo». Ahora veríamos al «electrón que retrocede en el tiempo» describir un círculo en la dirección opuesta a medida que avanza el vídeo. Desde el punto de vista de un físico, el vídeo hacia atrás en el tiempo tendría exactamente el mismo aspecto que un vídeo que avanzase en el tiempo grabado utilizando una partícula que fuese exactamente igual que el electrón en todos los aspectos salvo porque en apariencia tuviese carga positiva. Ya tenemos la respuesta a nuestra pregunta: veríamos los electrones que retroceden en el tiempo como «electrones de carga positiva». Por lo tanto, si los electrones realmente retroceden en el tiempo esperamos observarlos como «electrones de carga positiva».

Tales partículas existen y se denominan «positrones». Fue Dirac quien las introdujo en 1931 para resolver un problema con su ecuación mecanocuántica del electrón, a

saber: que aparentemente la ecuación predecía la existencia de partículas con energía negativa.



*Figura 10.4. Un electrón dando vueltas cerca de un imán*

Tiempo después, Dirac ofreció una extraordinaria perspectiva sobre su manera de pensar, y en particular sobre su firme convicción de que sus razonamientos matemáticos eran correctos: «Me reconcilié con el hecho de que no se podía excluir de la teoría matemática la existencia de estados de energía negativa, y pensé: “Tratemos de encontrar una explicación física para dichos estados”».

Apenas un año más tarde, aparentemente ajeno a la predicción de Dirac, Carl Anderson detectó unos extraños rastros en su aparato experimental mientras observaba partículas procedentes de los rayos cósmicos. Su conclusión fue que: «Parece necesario suponer que existe una partícula de carga positiva cuya masa es comparable a la del electrón». Una vez más, esto pone de manifiesto la asombrosa potencia del razonamiento matemático. Dirac introdujo el concepto de una nueva partícula —el positrón— y unos pocos meses después se descubrió, producida en colisiones de rayos cósmicos de alta energía. El positrón constituye nuestro primer encuentro con una de las materias primas de la ciencia ficción: la antimateria.

Armados con esta interpretación de los electrones que viajan en el tiempo como positrones, podemos terminar de explicar la figura 10.3. Diremos que, cuando un fotón llega a Y en el instante  $T_2$ , se divide en un electrón y un positrón. Cada uno de ellos avanza en el tiempo hasta  $T_3$ , cuando el positrón procedente de Y llega a X, tras lo cual se fusiona con el electrón superior original para dar lugar a un segundo fotón. Este se propaga hasta el instante  $T_4$ , cuando es absorbido por el electrón inferior.

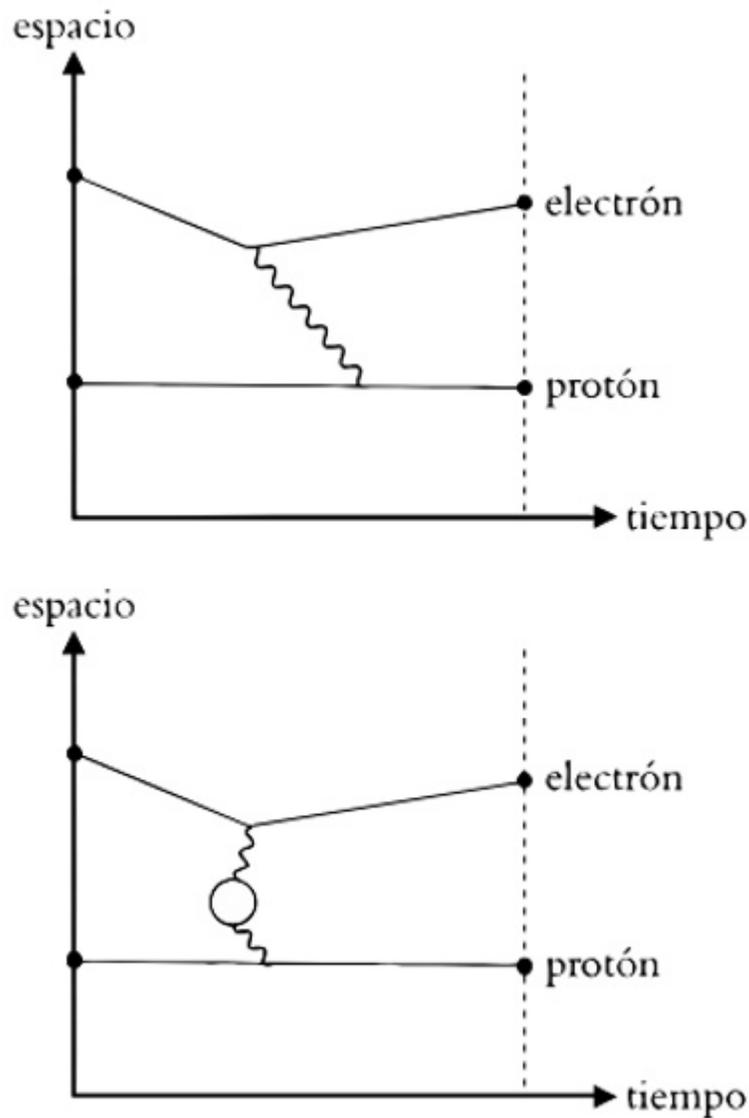
Todo esto puede parecer algo descabellado: las antipartículas han surgido de nuestra teoría porque estamos permitiendo que las partículas retrocedan en el tiempo. Nuestras reglas de saltos y desintegraciones permiten que las partículas salten tanto hacia delante como hacia atrás en el tiempo y, a pesar de que nuestros prejuicios nos digan que esto no debería estar permitido, resulta que no podemos (de hecho, no debemos) evitar que lo hagan. Irónicamente, resulta que, si no permitiésemos que las partículas saltasen hacia atrás en el tiempo, tendríamos una violación del principio de causalidad. Esto es extraño, porque parece como si las cosas tuviesen que ser justo al revés.

El hecho de que las cosas funcionen correctamente no es ningún accidente, y apunta a la existencia de una estructura matemática más profunda. De hecho, es posible que al leer este capítulo tenga la sensación de que las reglas de desintegración y saltos parecen bastante arbitrarias. ¿Podríamos crear nuevas reglas de desintegración, introducir ajustes en las relativas a los saltos, e investigar sus consecuencias? Si lo hiciéramos, casi con toda seguridad acabaríamos construyendo una mala teoría (que violaría, por ejemplo, el principio de causalidad). Teoría cuántica de campos (QFT por sus siglas en inglés) es el nombre de la estructura matemática más profunda en la que se basan las reglas sobre los saltos y las desintegraciones, y destaca por ser la única teoría posible de las partículas diminutas que también respeta la relatividad especial. El aparato teórico de la QFT obliga a fijar las reglas sobre saltos y desintegraciones, y perdemos la libertad de elegir otras nuevas. Este es un resultado muy importante para quienes

buscan las leyes fundamentales, porque utilizar la «simetría» para eliminar opciones crea la impresión de que el universo simplemente tiene que ser «así», lo cual constituye un avance en nuestra comprensión. Hemos utilizado aquí la palabra «simetría», y es apropiado hacerlo porque se puede entender que las teorías de Einstein imponen ciertas restricciones de simetría a la estructura del espacio y el tiempo. Otras «simetrías» limitan aún más las reglas de desintegración y saltos, como veremos brevemente en el capítulo siguiente.

Antes de abandonar la QED, queda un último cabo por atar. Como hemos comentado, la conferencia inaugural del encuentro de Shelter Island trató sobre el efecto Lamb, una anomalía en el espectro del hidrógeno que no podía explicarse usando la teoría cuántica de Heisenberg y Schrödinger. Menos de una semana después de la reunión, Hans Bethe presentó un primer cálculo aproximado de la solución. La figura 10.5 ilustra la manera en que la QED representa el átomo de hidrógeno. La interacción electromagnética que mantiene ligados el protón y el electrón se puede representar mediante una serie de diagramas de Feynman de complejidad creciente, de forma análoga al caso de la interacción de dos electrones representado en la figura 10.1. En la figura 10.5 hemos dibujado dos de los diagramas más sencillos posibles. Antes de la QED, los cálculos de los niveles de energía del electrón solo incluían el primero de los diagramas de la figura, que recoge la física de un electrón atrapado en el pozo de potencial generado por el protón. Pero, como hemos descubierto, pueden suceder muchas otras cosas durante la interacción. El segundo diagrama de la figura 10.5 muestra cómo el fotón fluctúa brevemente en un par electrón-positrón, y este proceso también se debe incluir en el cálculo de los posibles niveles de energía del electrón. Este, junto con otros muchos diagramas, se incorporan al cálculo como pequeñas correcciones al resultado principal.<sup>41</sup>

Bethe incluyó correctamente los importantes efectos de los diagramas de «un solo bucle», como el de la figura, y descubrió que modificaban ligeramente los niveles de energía y, por ende, los detalles del espectro de luz observado.



*Figura 10.5. El átomo de hidrógeno.*

Su resultado concordaba con las medidas experimentales de Lamb. La QED, dicho de otra manera, nos obliga a imaginar un átomo de hidrógeno como una efervescente cacofonía de partículas subatómicas que se crean y desaparecen continuamente. El efecto Lamb supuso el primer encuentro directo de la humanidad con estas etéreas fluctuaciones cuánticas.

No pasó mucho tiempo hasta que dos de los asistentes a Shelter Island, Richard Feynman y Julian Schwinger, tomaron el testigo y, en cuestión de un par de años, la QED se había desarrollado hasta ser la teoría que conocemos actualmente: la precursora de las teorías cuánticas de campos, modelo para las teorías de las interacciones débil y fuerte, que se descubrirían poco después. Feynman, Schwinger y el físico japonés Sin-Itiro Tomonaga recibieron el premio Nobel en 1965 «por su trabajo fundamental en electrodinámica cuántica, con profundas consecuencias para la física de las partículas elementales». Sobre estas profundas consecuencias centraremos ahora nuestra atención.

## Capítulo 11

### El espacio vacío no está vacío

#### **Contenido:**

§. *El modelo estándar de la física de partículas*

§. *El origen de la masa*

No todo en el mundo deriva de las interacciones entre partículas con carga eléctrica. La QED no explica los procesos debidos a la fuerza «nuclear fuerte» que mantienen unidos los quarks en el interior de los protones y los neutrones o los relacionados con la fuerza «nuclear débil», responsable de la combustión del Sol. No podemos escribir un libro sobre la teoría cuántica de la naturaleza y dejar fuera la mitad de las fuerzas fundamentales, por lo que en este capítulo subsanaremos nuestra omisión antes de sumergirnos en el espacio vacío en sí. Como descubriremos, el vacío es un lugar interesante, repleto de posibilidades y de obstáculos que las partículas han de sortear.

Lo primero en lo que debemos hacer hincapié es que las fuerzas nucleares fuerte y débil están descritas exactamente por la misma aproximación basada en la teoría cuántica de campos que la que hemos descrito para la QED. En este sentido, el trabajo de Feynman, Schwinger y Tomonaga tiene profundas consecuencias. En su conjunto, la teoría de estas tres fuerzas se conoce con el modesto nombre de modelo estándar de la física de partículas. Mientras escribimos, el modelo estándar se está llevando al límite en la máquina más grande y sofisticada jamás construida: el Gran Colisionador de Hadrones (LHC por sus siglas en inglés) del CERN. «El límite» es la expresión correcta, porque, salvo que exista algo que aún no se ha descubierto, el modelo estándar deja de hacer predicciones coherentes a las energías a las que tienen lugar las colisiones de protones que se mueven a velocidades próximas a la de la luz en el LHC. Utilizando el lenguaje que venimos empleando en este libro, las reglas cuánticas empiezan a generar relojes cuyas

manecillas tienen longitudes mayores que la unidad, lo que significa que predicen que algunos procesos en los que interviene la fuerza nuclear débil sucederán con probabilidades superiores al 100%. Esto claramente no tiene ningún sentido, e implica que el LHC está abocado a descubrir algo nuevo. El desafío es identificarlo entre los cientos de millones de colisiones que se producen cada segundo a cien metros bajo tierra bajo las estribaciones del macizo del Jura.

El modelo estándar contiene la cura para el malestar de las probabilidades disfuncionales, que se conoce con el nombre de «mecanismo de Higgs» y que predice que los investigadores del LHC deberían observar una nueva partícula de la naturaleza, el bosón de Higgs, y con ella desencadenar un profundo cambio en nuestra manera de entender lo que constituye el espacio vacío. Llegaremos al mecanismo de Higgs más adelante en este capítulo, pero antes debemos introducir brevemente el exitoso aunque chirriante modelo estándar.

### **§. El modelo estándar de la física de partículas**

En la figura 11.1 hemos catalogado todas las partículas conocidas. Son los componentes del universo, pero esperamos que haya más (puede que observemos una nueva partícula asociada a la abundante pero enigmática materia oscura que parece necesaria para explicar el conjunto del universo). O quizá las partículas supersimétricas previstas por la teoría de cuerdas, o incluso las excitaciones de Kaluza-Klein características de las dimensiones adicionales del espacio, o los tecniquarks, o los leptiquarks, o... La especulación teórica es muy fértil, y corresponde a quienes llevan a cabo los experimentos en el LHC limitar las posibilidades, descartar las teorías erróneas y marcar el camino a seguir.

Todo lo que podemos ver y tocar, todas las máquinas inanimadas, todos los seres vivos, todas las piedras y todos los seres humanos que pueblan la Tierra, todos los planetas y todas las estrellas en cada una de los 350.000 millones de galaxias del universo observable están formados por las cuatro partículas de la primera

columna. Nosotros somos una combinación de solo tres de ellas: los quarks up y down y el electrón.

Quarks	$u$	$c$	$t$	$\gamma$
	$d$	$s$	$b$	$g$
Leptones	$\nu_e$	$\nu_\mu$	$\nu_\tau$	$Z$
	$e$	$\mu$	$\tau$	$W$
	I	II	III	Partículas de fuerza

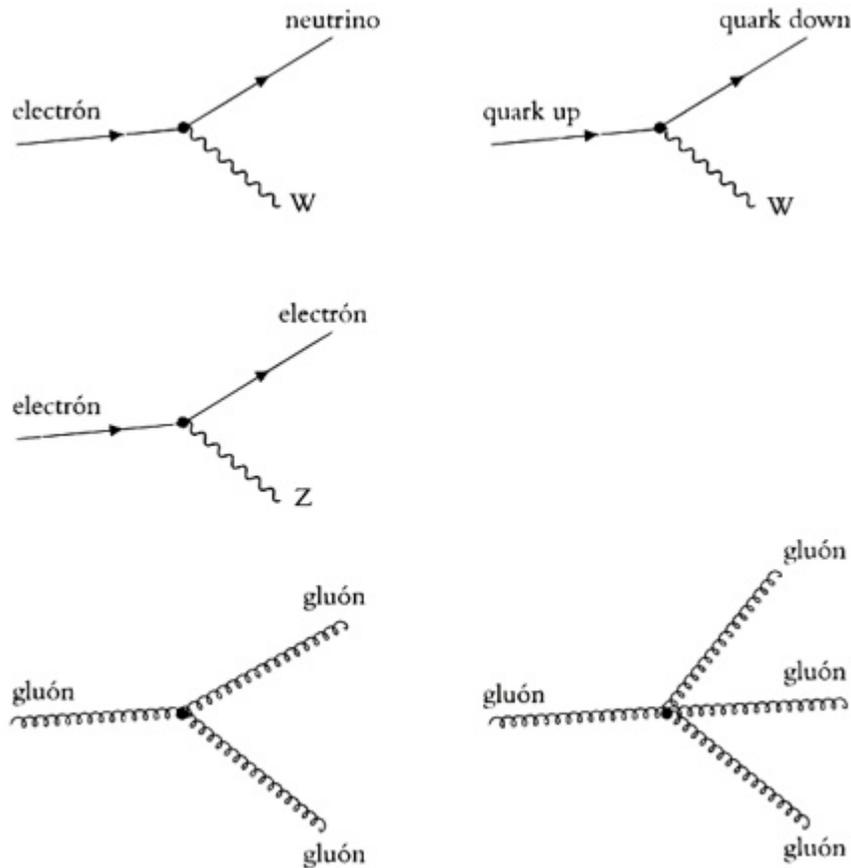
Figura 11.1. Las partículas de la naturaleza.

Los quarks componen nuestros núcleos atómicos y, como hemos visto, los electrones se encargan de la química. Puede que la partícula restante en la primera columna, llamada neutrino electrónico, le resulte menos familiar, pero alrededor de 60.000 millones de ellos, procedentes del Sol, atraviesan cada centímetro cuadrado de nuestro cuerpo cada segundo. La mayoría de ellos pasan de largo, sin inmutarse, a través de nosotros y de la propia Tierra, motivo por el cual nunca los hemos visto o sentido. Pero, como veremos a continuación, desempeñan un papel fundamental en los procesos que generan la energía del Sol, gracias a lo cual hacen posible nuestras vidas.

Estas cuatro partículas forman un conjunto conocido como «primera generación de la materia» y, junto con las cuatro fuerzas fundamentales de la naturaleza, son aparentemente todo lo que se necesita para construir un universo. Por razones que aún no comprendemos, la naturaleza ha decidido ofrecernos dos generaciones adicionales, clones de la primera salvo por el hecho de que las masas de las

partículas son mayores. Están representadas en la segunda y la tercera columnas de la figura 11.1. El quark top, en particular, posee una masa mucho mayor que el resto de las partículas fundamentales. Fue descubierto en el acelerador Tevatrón del Fermilab, cerca de Chicago, en 1995, y se obtuvo para su masa un valor 180 veces superior a la del protón. Por qué el quark top tiene esa masa tan enorme, aun siendo una partícula puntual, es todo un misterio. Aunque estas generaciones adicionales de la materia no desempeñan un papel directo en los asuntos cotidianos del universo, sí parece que fueron actores fundamentales en los momentos inmediatamente posteriores al big bang... pero esa es otra historia.

También se muestran en la figura 11.1, en la columna de la derecha, las partículas que transmiten las fuerzas. La gravedad no se representa en la tabla porque no disponemos de una teoría cuántica de la gravedad que encaje fácilmente en el marco del modelo estándar. Lo cual no quiere decir que no exista: la teoría de cuerdas constituye un intento de meter en vereda a la gravedad, pero, hasta la fecha, su éxito ha sido limitado. Como la gravedad es tan débil, no tiene una influencia significativa sobre los experimentos de la física de partículas, y por este motivo tan pragmático no diremos más al respecto. En el capítulo anterior hemos aprendido que el fotón es responsable de transmitir la fuerza electromagnética entre partículas con carga eléctrica, y que su comportamiento está determinado por una nueva regla de desintegración. Las partículas W y Z se encargan de la tarea análoga para la fuerza débil, mientras que los gluones hacen lo propio para la fuerza fuerte. Las principales diferencias entre las descripciones cuánticas de las distintas fuerzas tienen que ver con las reglas de desintegración. Es (casi) así de sencillo, y hemos dibujado algunas de las nuevas reglas de desintegración en la figura 11.2. Su similitud con la QED permite apreciar fácilmente los elementos básicos de las fuerzas débil y fuerte: solo necesitamos saber cuáles son las reglas de desintegración y podremos dibujar los diagramas de Feynman como hemos hecho para la QED en el capítulo anterior. Afortunadamente, en el mundo físico modificar las reglas de desintegración supone una enorme diferencia.



*Figura 11.2. Algunas de las reglas de desintegración para las fuerzas débil y fuerte.*

Si este fuese un libro de texto de física de partículas, procederíamos a esbozar las reglas de desintegración para cada uno de los procesos de la figura 11.2, y de muchos otros más. Estas reglas, denominadas «reglas de Feynman», nos permitirían (a nosotros o a nuestro programa informático) calcular la probabilidad de que se produjese algún proceso, como hemos hecho en el capítulo anterior para la QED. Las reglas recogen algo esencial sobre el mundo y es maravilloso que se puedan resumir en unas pocas imágenes y reglas sencillas. Pero este no es un libro de texto de física de partículas, así que nos centraremos en el diagrama de la esquina superior derecha, porque esta es una regla especialmente importante para la vida en la Tierra. Representa la desintegración de un quark up en un quark down

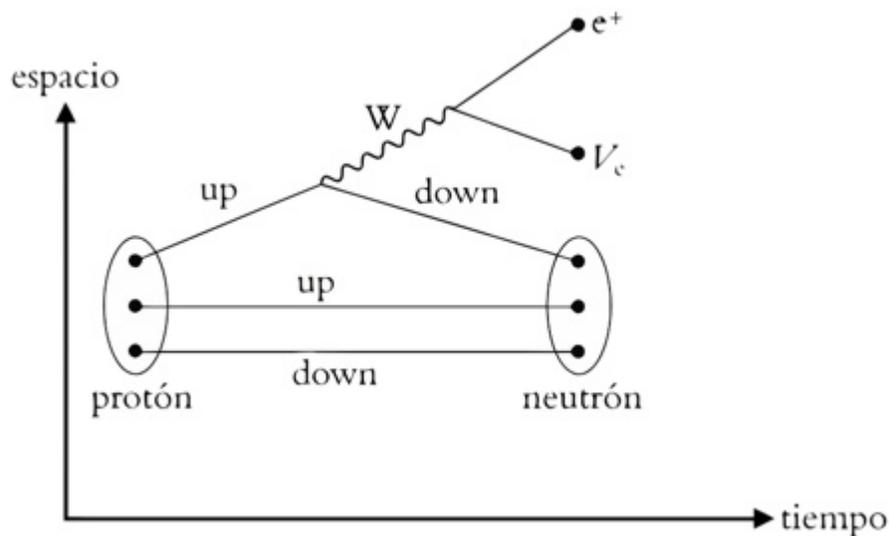
con la emisión de una partícula W, un comportamiento que se produce en el núcleo del Sol y cuyos efectos son espectaculares.

El Sol es un océano gaseoso de protones, neutrones, electrones y fotones, con un volumen de un millón de Tierras, que se hunde debido a su propia gravedad. La brutal compresión calienta el núcleo solar hasta los 15 millones de grados, y a esas temperaturas los protones comienzan a fusionarse entre sí para formar núcleos de helio. El proceso de fusión libera energía, que aumenta la presión sobre las capas externas de la estrella, lo que contrarresta la fuerza de la gravedad hacia el interior. En el epílogo profundizaremos en este equilibrio precario, pero ahora lo que nos interesa es qué quiere decir que «los protones comienzan a fusionarse entre sí».

Parece bastante sencillo, pero el mecanismo preciso de la fusión en el núcleo solar fue una fuente de intenso debate científico durante las décadas de 1920 y 1930. El científico británico Arthur Eddington fue el primero en proponer que la fuente de energía del Sol es la fusión nuclear, pero enseguida hubo quien señaló que las temperaturas eran aparentemente demasiado bajas para que el proceso pudiera producirse, teniendo en cuenta las leyes de la física que se conocían por aquel entonces. Pero Eddington se mantuvo firme en sus ideas, y su respuesta se hizo famosa: «El helio que manejamos debe de haberse formado en algún momento y en algún lugar. No nos oponemos a los críticos que argumentan que las estrellas no son suficientemente calientes para albergar un mecanismo de fusión; les instamos a que encuentren un lugar más caliente».

El problema es que, cuando se aproximan dos protones que se mueven a gran velocidad en el núcleo del Sol, se repelen entre sí debido a la fuerza electromagnética (o, en el lenguaje de la QED, mediante un intercambio de fotones). Para poder fusionarse, deben acercarse hasta que se superpongan y, como Eddington y sus colegas sabían perfectamente, los protones solares no se mueven lo suficientemente rápido (porque la temperatura del Sol no es lo bastante elevada) para superar su repulsión electromagnética.

Para responder a este enigma, aparece al rescate la partícula W. De un plumazo, uno de los protones en la colisión puede transformarse en un neutrón al convertir uno de sus quarks up en un down, tal y como especifica la regla de desintegración de la figura 11.2. Ahora el neutrón recién formado y el protón restante pueden acercarse mucho, porque el neutrón no tiene carga eléctrica. En el lenguaje de la teoría cuántica de campos, esto significa que no hay intercambio de fotones que separe al neutrón del protón. Libres de la repulsión electromagnética, el protón y el electrón pueden fusionarse (como consecuencia de la fuerza nuclear fuerte) para producir un deuterón, y esto rápidamente da lugar a la formación de helio, que libera la energía que sustenta la estrella. El proceso se ilustra en la figura 11.3, que también indica que la partícula W no tiene una vida muy larga: enseguida se desintegra en un positrón y un neutrino (esta es la fuente de la enorme cantidad de neutrinos que atraviesan nuestro cuerpo).



*Figura 11.3. Conversión de un protón en un neutrón por desintegración débil, con la emisión de un positrón y un neutrino. De no ser por este proceso, el Sol no ardería.*

La feroz defensa que hizo Eddington de la fusión como fuente de energía del Sol era correcta, aunque es imposible que él tuviese la más remota idea de por qué lo

era. La partícula W, crucial para entender el proceso, junto con su compañera, la partícula Z, no se descubrieron hasta la década de 1980, en el CERN.

Para concluir nuestro breve repaso del modelo estándar, veamos ahora la fuerza nuclear fuerte. Las reglas de desintegración son tales que solo los quarks pueden descomponerse en gluones. De hecho, es mucho más probable que hagan eso que cualquier otra cosa. Esta predisposición a emitir gluones es la razón por la que la fuerza nuclear fuerte recibe este nombre, y también el motivo por el que la desintegración de gluones es capaz de vencer la fuerza de repulsión electromagnética que, de no ser así, provocaría la explosión del protón, con su carga positiva. Por suerte, la fuerza fuerte no llega muy lejos. Los gluones no suelen desplazarse más de un femtómetro ( $10^{-15}$  m) antes de volver a desintegrarse. La razón por la que la influencia de los gluones es de tan corto alcance, mientras que los fotones pueden llegar a los confines del universo, es que los gluones también pueden desintegrarse en otros gluones, como se ilustra en las últimas dos imágenes de la figura 11.2. Este truco de los gluones hace que la fuerza fuerte sea muy diferente de la electromagnética, y en la práctica confina sus acciones al interior del núcleo atómico. Los fotones no presentan esta auto desintegración, lo cual es muy afortunado, pues de lo contrario no podríamos ver el mundo ante nuestros ojos, porque los fotones que viajasen en nuestra dirección se dispersarían con los que cruzan nuestra línea de visión. El hecho de que podamos ver lo que sea es una de las maravillas de la vida, y un vívido recordatorio de que los fotones muy rara vez interactúan entre sí.

No hemos explicado de dónde proceden todas estas reglas, ni tampoco por qué el universo contiene las partículas que contiene. Tenemos un buen motivo: no conocemos la respuesta a ninguna de estas preguntas. Las partículas que componen el universo (electrones, neutrinos y quarks) son los actores principales en el drama cósmico que se está desarrollando, pero hasta la fecha no hemos encontrado una manera convincente de explicar por qué el reparto es el que es.

Pero lo que sí es cierto es que, una vez que conocemos la lista de partículas, entonces la manera en que interactúan entre sí, dada por las reglas de desintegración, es algo que podemos prever parcialmente. Las reglas de desintegración no son algo que los físicos se hayan sacado de la manga: todas y cada una de ellas se deducen del hecho de que la teoría que describe la interacción de las partículas debe ser una teoría cuántica de campos, complementada con algo que se denomina «simetría de gauge». Discutir el origen de las reglas de desintegración haría que nos desviásemos demasiado de la línea principal del libro, pero queremos reiterar que las reglas básicas son muy sencillas: el universo está compuesto de partículas que se mueven de un sitio a otro e interactúan de acuerdo con varias reglas de salto y de desintegración. Podemos utilizar estas reglas para calcular la probabilidad de que «algo» suceda sumando un montón de relojes, sabiendo que habrá un reloj por cada una de las maneras en que ese «algo» puede suceder.

### **§. El origen de la masa**

Al introducir la idea de que las partículas pueden desintegrarse y saltar de un punto a otro, hemos entrado en el dominio de la teoría cuántica de campos, y los saltos y las desintegraciones son, en gran medida, todo lo que hay. No obstante, hemos sido bastante descuidados en nuestra exposición de la masa por la sencilla razón de que hemos preferido dejar lo mejor para el final.

La física de partículas moderna trata de dar respuesta a la cuestión de « ¿Cuál es el origen de la masa? » y lo hace con ayuda de un fenómeno físico hermoso y sutil y de una partícula nueva (nueva en el sentido de que, en realidad, aún no la hemos visto en el libro, y también en el sentido de que los habitantes de la Tierra probablemente tomaron conciencia de que se habían topado con ella «cara a cara» por primera vez en 2012). La partícula se conoce como «bosón de Higgs». Cuando escribimos la primera versión de este libro, en septiembre de 2011, en los datos del LHC había sugerentes indicios de un objeto similar al Higgs, pero el número de

eventos<sup>42</sup> no era suficiente para saber si realmente se había detectado o no. Escribimos entonces que «cuando usted lea el libro, puede suceder perfectamente que la situación haya cambiado y que el Higgs sea una realidad. O quizá un análisis en mayor profundidad haya hecho que las señales interesantes se hayan desvanecido». Pues bien, la situación ha cambiado y la evidencia se ha consolidado: se ha descubierto una nueva partícula en el CERN, con todas las trazas de ser un bosón de Higgs. La cuestión del origen de la masa es particularmente emocionante porque la respuesta es extremadamente interesante, más allá del deseo evidente de saber qué es la masa. Permítanos explicar esta crítica frase, de tan ofensiva construcción, con más detalle.

Cuando hemos hablado de los fotones y los electrones dentro de la QED, hemos introducido la regla de salto para cada uno de ellos y hemos apuntado que eran diferentes (hemos utilizado el símbolo  $P(A, B)$  para la regla asociada a un electrón que salta de A a B, y  $L(A, B)$  para la regla correspondiente a un fotón). Ha llegado el momento de investigar por qué la regla es distinta en ambos casos. Hay una diferencia debida a que existen dos tipos de electrones (como ya sabemos, su espín puede tomar dos valores), mientras que hay tres tipos de fotones, pero esta no es la que nos interesa aquí. Existe, no obstante, otra diferencia debida a que el electrón tiene masa, mientras que el fotón no. Esta es la que vamos a analizar.

La figura 11.4 ilustra una manera de entender la propagación de una partícula masiva. La figura muestra una partícula que salta de A a B por etapas. Va de A al punto 1, de ahí al punto 2, y así sucesivamente, hasta que finalmente salta del punto 6 a B. Lo interesante es que, cuando se escribe así, la regla para cada salto es la regla para una partícula con masa cero, pero con una importante advertencia: cada vez que la partícula cambia de dirección debemos aplicar una nueva regla de contracción, según la cual la magnitud de la contracción es inversamente proporcional a la masa de la partícula que estamos describiendo. Esto significa que, en cada tramo, los relojes de las partículas pesadas reciben menos contracción que los de las más ligeras. Es importante hacer hincapié en que esta no es una

prescripción *ad hoc*. Tanto el zigzagueo como la contracción proceden directamente de las reglas de Feynman para la propagación de una partícula con masa, sin ninguna suposición adicional.<sup>43</sup> La figura 11.4 representa solo una de las maneras en que nuestra partícula pesada puede ir de A a B, a saber: en seis etapas, con sus correspondientes factores de contracción. Para obtener el reloj final asociado al salto de una partícula con masa de A a B debemos, como siempre, sumar los infinitos relojes correspondientes a todas las maneras posibles en que la partícula puede zigzaguear de A a B. El camino más sencillo es el directo, sin tramos, pero también hay que tener en cuenta los recorridos que consten de una enorme cantidad de tramos.

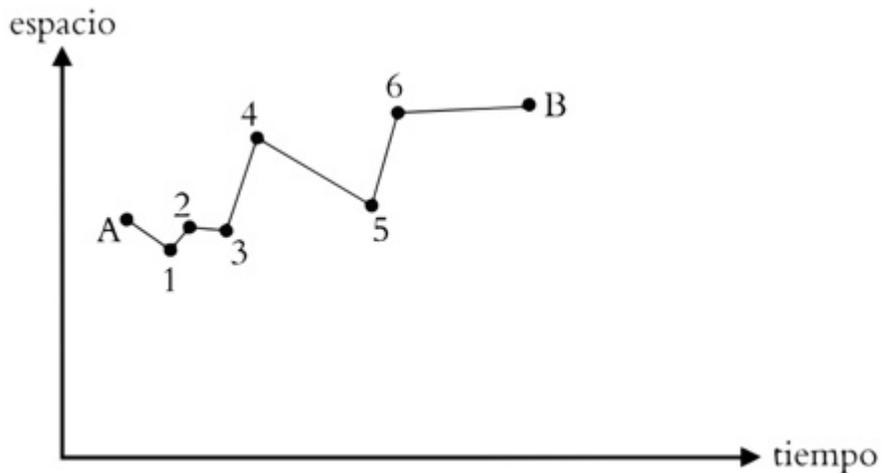
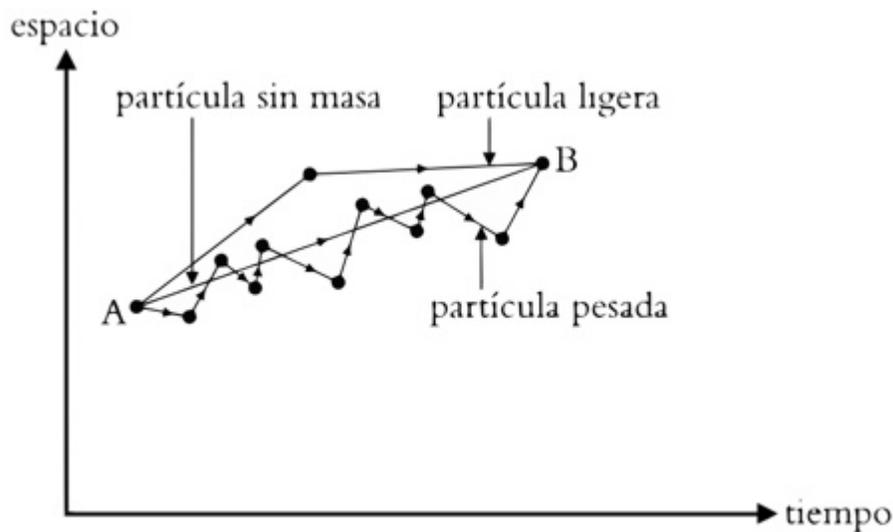


Figura 11.4. Una partícula con masa que se mueve de A a B.

Para partículas de masa cero, el factor de contracción asociado a cada tramo es demoledor, porque es infinito. Es decir, tras el primer tramo, debemos contraer el reloj hasta que sea nulo. El único recorrido que importa para partículas sin masa es, por lo tanto, el recorrido directo: simplemente, no hay reloj correspondiente a ningún otro camino. Esto es exactamente lo que cabría esperar: significa que podemos utilizar la regla del salto para las partículas sin masa cuando la partícula no tiene masa. Sin embargo, para partículas con masas no nula sí están permitidos los tramos, aunque si la partícula es muy ligera el factor de contracción impone una

severa penalización a los recorridos con muchos tramos. Los caminos más probables son, por lo tanto, los que consten de muy pocos tramos. Y, a la inversa, las partículas pesadas no sufren tanta penalización cuando recorren un nuevo tramo, y por tanto suelen zigzaguear bastante. Esto parece indicar que las partículas pesadas se deberían entender en realidad como partículas sin masa que zigzaguean en su trayecto de A a B. La cantidad de zigzagueo es lo que identificamos como «masa».

Todo esto está muy bien, porque tenemos una nueva manera de entender las partículas con masa. La figura 11.5 ilustra la propagación entre A y B de tres partículas distintas de masa creciente. En cada caso, la regla asociada con cada «zig» o «zag» del recorrido es la misma que para una partícula sin masa, y para cada tramo debemos pagar una penalización consistente en la contracción del reloj. Aún no deberíamos lanzar las campanas al vuelo, porque todavía no hemos explicado realmente nada fundamental.



*Figura 11.5. Partículas de masa creciente que se propagan de A a B. Cuanto mayor es la masa de la partícula, más zigzaguea.*

Lo único que hemos hecho es sustituir la palabra «masa» por la expresión «tendencia al zigzagueo». Podemos hacerlo porque son descripciones

matemáticamente equivalentes de la propagación de una partícula masiva. Pero, aun así, parece algo interesante y, como descubriremos a continuación, podría ser algo más que una mera curiosidad matemática.

En 2012, el LHC estaba ocupado haciendo colisionar protones con una energía total de 8 TeV. «TeV» significa teraelectronvoltios, lo que corresponde a la cantidad de energía que tendría un electrón si se acelerase a través de una diferencia de potencial de un billón de voltios. Para hacernos una idea de la magnitud de esta energía: 8 TeV es aproximadamente la energía que las partículas subatómicas tendrían alrededor de una billonésima de segundo después del big bang, y bastaría para crear de la nada una masa aproximadamente igual a la de 8.000 protones (siguiendo la ecuación  $E = mc^2$  de Einstein). Y esta es solo algo más de la mitad de la energía que el LHC puede alcanzar. Aún le queda cuerda para rato.

Una de las razones principales por las que 85 países de todo el mundo se han puesto de acuerdo para construir y operar este enorme y osado experimento es la búsqueda del mecanismo responsable de la creación de las masas de las partículas elementales. La teoría más ampliamente aceptada sobre el origen de la masa proporciona una explicación para el zigzagueo: postula la existencia de una nueva partícula elemental con la que las otras «se topan» mientras se mueven por el universo.

Esta partícula es el bosón de Higgs. Según el modelo estándar, sin un Higgs las partículas elementales saltarían de un lugar a otro sin ningún zigzagueo, y el universo sería un lugar muy distinto. Pero, si llenamos el espacio vacío de partículas de Higgs, estas pueden desviar las otras partículas y hacer que zigzagueen, lo cual, como acabamos de ver, conduce a la aparición de la «masa». Es como intentar atravesar un bar lleno de gente: el zarandeo de la gente hace que acabemos describiendo una trayectoria en zigzag hasta la barra.

El mecanismo de Higgs recibe su nombre del físico teórico Peter Higgs, de la Universidad de Edimburgo, y se introdujo en la física de partículas en 1964. La idea estaba claramente a punto de caramelo, porque varias personas dieron con ella

al mismo tiempo: Higgs, por supuesto, y también Robert Brout y François Englert, que trabajaban en Bruselas, y Gerald Guralnik, Carl Hagan y Tom Kibble, que lo hacían en Londres. A su vez, su trabajo se basaba en el de muchos otros, entre los cuales están: Werner Heisenberg, Yoichiro Nambu, Jeffrey Goldstone, Philip Anderson y Steven Weinberg. La plasmación completa de la idea, por la que Sheldon Glashow, Abdus Salam y Steven Weinberg recibieron el premio Nobel en 1979, es nada menos que el modelo estándar de la física de partículas. La idea es bastante sencilla: el espacio vacío no está vacío, y esto da lugar al zigzagueo y, por lo tanto, a la masa. Pero, claramente, tenemos que dar más explicaciones. ¿Cómo puede ser que el espacio vacío esté lleno a rebosar de partículas de Higgs? ¿No deberíamos notarlo en nuestro día a día? ¿Y cómo hemos llegado a esta extraña situación? Desde luego, parece una proposición bastante extravagante. Tampoco hemos explicado cómo puede ser que algunas partículas (como los fotones) no tengan masa, mientras que otras (como los bosones W y los quarks top) tengan masas comparables a las de un átomo de plata u oro.

La segunda pregunta es más fácil de contestar que la primera, al menos de manera superficial. Las partículas solo interactúan entre sí mediante una regla de desintegración, y las partículas de Higgs no son una excepción. La regla de desintegración para un quark top contempla la posibilidad de que se acople con una partícula de Higgs, y la correspondiente contracción del reloj (recordemos que todas las reglas de desintegración tienen su factor de contracción) es mucho menor que en el caso de otros quarks más ligeros. Este es el «motivo» por el que un quark top es mucho más pesado que uno up. Evidentemente, esto no explica por qué la regla de desintegración es la que es. La respuesta actual a esta pregunta es un decepcionante «porque sí». Está al mismo nivel que preguntas como: «¿Por qué hay tres generaciones de partículas?» o «¿Por qué es tan débil la gravedad?». Análogamente, los fotones no tienen ninguna regla de desintegración que los acople a las partículas de Higgs, y en consecuencia no interactúan con él. Lo cual, a su vez, significa que no zigzaguean y carecen de masa. Aunque hasta cierto punto

hemos escurrido el bulto, esto sí parece una cierta explicación, y sin duda es verdad que, produciendo partículas de Higgs en el LHC, es posible comprobar que se acoplan con otras partículas de esta manera.<sup>44</sup> Entonces sí que podríamos afirmar legítimamente que hemos llegado a entender algo en verdad apasionante sobre cómo funciona la naturaleza.

La primera de las cuestiones pendientes es algo más difícil de explicar, a saber: ¿cómo puede ser que el espacio vacío esté lleno de partículas de Higgs? Para ir calentando motores, necesitamos dejar una cosa muy clara: la física cuántica implica que no existe el espacio vacío. De hecho, lo que llamamos «espacio vacío» es en realidad un torbellino de partículas subatómicas y no hay manera de barrerlas y limpiarlo. Una vez que tomamos conciencia de esto, es mucho más fácil aceptar que el espacio vacío puede estar lleno de partículas de Higgs. Pero vayamos por pasos.

Podríamos imaginar una minúscula región en las profundidades del espacio exterior, un solitario rincón del universo a millones de años luz de una galaxia. A medida que pasa el tiempo, es imposible evitar que aparezcan y desaparezcan partículas de la nada. ¿Por qué? Porque el proceso de creación y aniquilación de pares de partícula-antipartícula está permitido por las reglas. Un ejemplo se puede encontrar en el diagrama inferior de la figura 10.5: imaginemos que eliminamos todo salvo el bucle del electrón; si lo hacemos, el diagrama correspondería a la aparición espontánea de un par electrón-positrón de la nada, que después desaparece de vuelta a la nada. Puesto que dibujar un bucle no viola ninguna de las reglas de la QED debemos aceptar que es una posibilidad real (recordemos que todo lo que puede suceder, sucede). Esta posibilidad en particular es solo una de entre las infinitas maneras en que el espacio puede burbujear y estallar, y, puesto que vivimos en un universo cuántico, lo correcto es sumar todas las posibilidades. En otras palabras, el vacío posee una estructura extraordinariamente rica, compuesta de todas las maneras en que las partículas pueden aparecer y desaparecer.

En el párrafo anterior se ha introducido la idea de que el vacío no está vacío, pero hemos descrito un escenario muy democrático, en el que todas las partículas tienen un papel. ¿Qué es lo que hace que la partícula de Higgs sea especial? Si el vacío no fuese más que un burbujeante caldo de creación y aniquilación de materia y antimateria, entonces todas las partículas elementales seguirían teniendo masa nula (los bucles cuánticos por sí solos no pueden proporcionarla).<sup>45</sup> Lo que necesitamos es poblar el vacío con algo distinto, y aquí es donde entra en juego el baño de partículas de Higgs. Peter Higgs simplemente estipuló que el espacio vacío está repleto de partículas de Higgs,<sup>46</sup> y no se sintió obligado a ofrecer ninguna explicación profunda al respecto. Las partículas de Higgs en el vacío proporcionan el mecanismo de zigzag, y hacen horas extras al interactuar con todas y cada una de las partículas masivas del universo, ralentizando selectivamente su movimiento para crear la masa. El resultado neto de las interacciones entre la materia ordinaria y un vacío lleno de partículas de Higgs es que el universo pasa de ser un lugar sin estructura a un mundo diverso y maravilloso de estrellas, galaxias y personas.

La gran cuestión, por supuesto, es ¿de dónde surgieron estas partículas de Higgs? En realidad, no conocemos la respuesta, pero se cree que son los vestigios de lo que se denomina una transición de fase que se produjo muy poco tiempo después del big bang. Si somos pacientes y observamos el cristal de la ventana mientras baja la temperatura en una noche de invierno, podremos contemplar cómo, a partir del vapor de agua presente en el aire nocturno, surge como por arte de magia la belleza estructurada de los cristales de hielo. La transición del vapor de agua al hielo sobre un cristal frío es una transición de fase: las moléculas de agua se reordenan en cristales de hielo; el descenso de la temperatura desencadena una ruptura espontánea de la simetría de la informe nube de vapor. Los cristales de hielo se forman porque eso es energéticamente más favorable. Igual que una bola rueda pendiente abajo por la ladera de una montaña hasta alcanzar un estado de menor energía en el valle, o los electrones se reordenan alrededor de los núcleos atómicos

para formar los enlaces que mantienen unidas las moléculas, la esculpida belleza de un copo de nieve es una configuración de las moléculas de agua de menor energía que una nube de vapor informe.

Creemos que algo parecido sucedió en los instantes iniciales del universo. A medida que el gas de partículas calientes que era el universo naciente se expandió y se enfrió, se dio la circunstancia de que un vacío sin Higgs era una configuración energéticamente menos favorable que un vacío lleno de partículas de Higgs, que era el estado natural. El proceso es muy similar a la manera en que el agua se condensa en gotitas o en que se forma el hielo sobre un cristal frío. La aparición espontánea de gotitas cuando se condensan en un cristal crea la impresión de que esas gotitas simplemente surgen «de la nada». Del mismo modo, para el Higgs, en los instantes calientes inmediatamente posteriores al big bang, el vacío burbujea con las efímeras fluctuaciones cuánticas (esos bucles en nuestros diagramas de Feynman), partículas y antipartículas que aparecen de la nada para desaparecer de nuevo al instante. Sin embargo, algo extraordinario sucede cuando el universo se va enfriando y de pronto, de la nada, igual que las gotas de agua que aparecen en el cristal, surge un «condensado» de partículas de Higgs, que se mantienen unidas gracias a sus interacciones mutuas en una suspensión efímera a través de la cual se propagan las otras partículas.

La idea de que el vacío está repleto de material indica que nosotros, y el resto del universo, vivimos nuestras vidas dentro de un enorme condensado que surgió cuando el universo se enfriaba, como aparece el rocío con el amanecer. Para que no pensemos que si el vacío está poblado es únicamente como consecuencia de la condensación de la partícula de Higgs, deberíamos asimismo señalar que tiene aún más que ofrecernos. Mientras el universo seguía enfriándose todavía más, los quarks y los gluones también se condensaron para producir lo que, como es natural, se conocen como condensados de quarks y de gluones. Los experimentos confirman la existencia de ambos, y desempeñan un papel muy importante en nuestra comprensión de la fuerza nuclear fuerte. De hecho, es esta condensación la

que da lugar prácticamente a toda la masa de los protones y los neutrones. No obstante, el vacío de Higgs es responsable de generar la masa de las partículas elementales: quarks, electrones, muones, taus y partículas W y Z. El condensado de quarks entra en juego para explicar lo que sucede cuando un conjunto de quarks se juntan para crear un protón o un electrón. Curiosamente, mientras que el mecanismo de Higgs es relativamente poco importante a la hora de explicar la masa de los protones, los neutrones y los núcleos atómicos más pesados, no sucede lo mismo con la masa de las partículas W y Z. Para ellas, la condensación de quarks y gluones daría una masa de alrededor de 1 GeV en ausencia de una partícula de Higgs, pero sus masas, medidas experimentalmente, son casi 100 veces más grandes. El LHC se diseñó para operar en el dominio de energías de las partículas W y Z, donde se puede investigar el mecanismo responsable de que tengan masas relativamente grandes.

Si ponemos números en todo esto, nos llevaremos alguna que otra sorpresa: la energía almacenada en un metro cúbico de espacio debida al condensado de quarks y de gluones son unos pasmosos  $10^{35}$  julios, y la energía debida a la condensación del Higgs es cien veces mayor. Sumándolas, tenemos un valor igual a la energía total que el Sol genera en mil años. Para ser exactos, esta es energía «negativa», porque la energía del vacío es menor que la de un universo que no contuviese ninguna partícula. Esta energía negativa se debe a la energía de enlace asociada a la formación de los condensados, y en sí misma no es nada misteriosa. No tiene mayor *glamour* que el hecho de que, para hervir agua (e invertir la transición de fase del vapor al líquido) hay que proporcionar energía.

Lo que sí es misterioso es que una densidad tan enorme de energía en cada metro cuadrado de espacio vacío, si la tomásemos al pie de la letra, provocaría una expansión del universo tan devastadora que nunca se habrían formado ni las galaxias ni las personas. El universo habría literalmente saltado por los aires instantes después del big bang. Esto es lo que sucede si tomamos las predicciones para la condensación del vacío de la física de partículas y las introducimos

directamente en las ecuaciones de Einstein para la gravedad, aplicadas al conjunto del universo. Este insidioso enigma es lo que se conoce como el «problema de la constante cosmológica», y sigue siendo una de las cuestiones principales de la física fundamental. Sin duda, indica que debemos ser muy precavidos antes de afirmar que comprendemos realmente la naturaleza del vacío y/o de la gravedad. Hay algo absolutamente fundamental que aún no entendemos.

Con esta afirmación llegamos al final de nuestra historia, porque hemos alcanzado el límite de nuestro conocimiento. El dominio de lo conocido no es el ámbito propio de los investigadores. La teoría cuántica, como hemos señalado al principio de este libro, tiene fama de ser difícil y obstinadamente extraña, con su peculiar manera de controlar el comportamiento de las partículas que componen la materia. Pero todo lo que hemos descrito, a excepción de este último capítulo, es bien sabido y se entiende bien. Dejándonos guiar por la evidencia, en lugar de por el sentido común, llegamos a una teoría manifiestamente capaz de describir una inmensa variedad de fenómenos, desde los nítidos arcoíris emitidos por los átomos calientes a la fusión en el interior de las estrellas. La aplicación práctica de la teoría llevó al avance tecnológico más importante del siglo XX, el transistor, un dispositivo cuyo funcionamiento no se podría explicar sin la visión cuántica del mundo.

Pero la teoría cuántica es mucho más que un mero triunfo explicativo. En el matrimonio forzado entre la teoría cuántica y la relatividad, la antimateria surgió como una necesidad teórica y fue debidamente descubierta. El espín, la propiedad fundamental de las partículas subatómicas que apuntala la estabilidad de los átomos, fue igualmente una predicción teórica necesaria para preservar la coherencia de la teoría. Y ahora, en el segundo siglo de la teoría cuántica, el Gran Colisionador de Hadrones viaja hacia lo desconocido para explorar el mismísimo vacío. Esto es el progreso científico: la construcción gradual y minuciosa de un legado de explicación y predicción que cambia nuestra manera de vivir. Y esto es lo que distingue a la ciencia de cualquier otra cosa. No es simplemente otro punto

de vista, sino que revela una realidad que no se le podría ocurrir ni siquiera a la imaginación más retorcida y extravagante. La ciencia es la investigación de lo real, y si lo real parece surrealista, pues que así sea. No hay mejor demostración de la capacidad del método científico que la teoría cuántica. A nadie se le podría haber ocurrido algo parecido, de no ser por los meticulosos y detallados experimentos, y por los físicos teóricos que fueron capaces de suspender y abandonar sus arraigadas y cómodas creencias para explicar las evidencias que tenían ante sí. Quizá el enigma del vacío marque el rumbo para un nuevo viaje cuántico, quizá el LHC obtenga datos nuevos e inexplicables, y quizá todo lo que decimos en este libro resulte ser una aproximación de una representación mucho más profunda. El emocionante viaje para comprender nuestro universo cuántico continúa.

Cuando empezamos a pensar cómo escribir este libro, dedicamos un tiempo a discutir cómo lo cerraríamos. Queríamos encontrar una demostración del potencial intelectual y práctico de la teoría cuántica que convenciese incluso al lector más escéptico de que la ciencia realmente describe, con exquisito detalle, los entresijos del mundo. Estuvimos de acuerdo en que dicha demostración existe, aunque requiere algo de álgebra (aunque nos hemos esforzado por hacer que sea posible seguir el razonamiento sin analizar las ecuaciones, este aviso no está de más). Así pues, aquí termina nuestro libro, a menos que quiera un poco más: la demostración más espectacular, en nuestra opinión, de la potencia de la teoría cuántica. Buena suerte, y disfrute del viaje.

## Epílogo

### La muerte de las estrellas

Cuando las estrellas mueren, muchas acaban como bolas superdensas de materia nuclear entremezclada con un mar de electrones, denominadas «enanas blancas». Este será el destino del Sol cuando se agote su combustible nuclear dentro de unos 5.000 millones de años. También lo será para más del 95% de las estrellas de nuestra galaxia. Utilizando tan solo bolígrafo, papel y un poco de razonamiento, podemos calcular la mayor masa posible para estas estrellas. Fue Subrahmanyan Chandrasekhar en 1930 quien desarrolló por primera vez este cálculo, que utiliza la teoría cuántica y la relatividad para obtener dos predicciones muy claras. En primer lugar, el propio hecho de que debe existir tal cosa como una estrella enana blanca, una bola de materia que resiste a la presión aplastante de su propia gravedad gracias al principio de exclusión de Pauli. En segundo lugar, que si levantamos la vista de la hoja de papel con nuestros garabatos teóricos y miramos el firmamento nunca veremos una enana blanca cuya masa sea mayor que 1,4 veces la masa del Sol. Ambas predicciones son espectacularmente osadas.

A día de hoy, los astrónomos han catalogado alrededor de 10.000 estrellas enanas blancas. La mayoría poseen masas de alrededor de 0,6 masas solares, pero la mayor masa de la que tenemos constancia es ligeramente inferior a 1,4 masas solares. Este único número, «1,4», es un triunfo del método científico. Se basa en una comprensión de la física nuclear, la física cuántica y la teoría de la relatividad especial de Einstein, tres áreas entrelazadas de la física del siglo XX. Para calcularlo también son necesarias las constantes fundamentales de la naturaleza que hemos visto a lo largo de este libro. Al final de este capítulo veremos que la masa máxima viene determinada por la fórmula:

$$\left(\frac{\hbar c}{G}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{m_p^2}$$

Fijémonos bien en lo que acabamos de escribir: depende de la constante de Planck, la velocidad de la luz, la constante de la gravitación de Newton y la masa del protón. ¿No es maravilloso que podamos predecir el límite superior para la masa de una estrella moribunda utilizando esta combinación de constantes fundamentales? La combinación a tres bandas de gravedad, relatividad y el cuanto de acción que aparece en la expresión  $(\hbar c/G)^{1/2}$  se denomina masa de Planck, y cuando introducimos los valores numéricos resulta ser de unos 55 microgramos. Así pues, la masa de Chandrasekhar se obtiene, asombrosamente, considerando dos masas: una del tamaño de un grano de arena y la otra de un solo protón. A partir de números tan diminutos surge una nueva escala de masas en la naturaleza: la masa de una estrella moribunda.

Podríamos presentar una visión muy amplia de cómo se llega a la masa de Chandrasekhar, pero preferimos hacer algo más: nos gustaría describir el cálculo en sí, porque eso es lo que realmente pone la piel de gallina. No llegaremos a calcular realmente el número exacto (1,4 masas solares), pero nos quedaremos cerca y veremos cómo se las apañan los físicos profesionales para extraer conclusiones profundas aplicando una serie de pasos lógicos cuidadosamente encadenados, recurriendo en el camino a principios físicos muy conocidos. No habrá ningún acto de fe: mantendremos la cabeza fría y llegaremos, lenta pero inexorablemente, a la más apasionante de las conclusiones.

Nuestro punto de partida debe ser « ¿Qué es una estrella?». El universo visible está compuesto principalmente de hidrógeno y helio, los dos elementos más sencillos que se formaron en los primeros minutos tras el big bang. Después de alrededor de 500 millones de años de expansión, el universo se había enfriado lo suficiente para que las regiones ligeramente más densas de las nubes de gases se empezaran a concentrar bajo su propia gravedad. Estos fueron los embriones de las galaxias y, en su interior, alrededor de concentraciones más pequeñas, se empezaron a formar las primeras estrellas.

El gas en estas primeras protoestrellas se fue calentando a medida que se contraían sobre sí mismas, porque, como sabe cualquiera que haya usado una bomba de bicicleta, cuando un gas se comprime, se calienta. Cuando el gas alcanza temperaturas del orden de los 100.000 grados, los electrones ya no pueden permanecer en órbita alrededor de los núcleos de hidrógeno y helio, y los átomos se descomponen, dejando un plasma caliente de núcleos desnudos y electrones. El gas caliente trata de expandirse y evitar que la contracción continúe, pero cuando las concentraciones tienen masa suficiente la gravedad gana la partida. Como los protones poseen carga eléctrica positiva, se repelerán entre sí, pero, a medida que la contracción gravitatoria continúa y la temperatura sigue aumentando, los protones se mueven cada vez más rápido. Llega un momento, a una temperatura de varios millones de grados, en el que los protones se mueven tan deprisa que llegan a aproximarse entre sí lo suficiente para que la fuerza nuclear débil asuma el mando. Cuando esto sucede, dos protones pueden reaccionar entre sí: uno de ellos se transforma espontáneamente en un neutrón, con la emisión simultánea de un positrón y un neutrino (tal y como se ilustra en la figura 11.3). Libres de la repulsión eléctrica, el protón y el neutrón se fusionan bajo el influjo de la fuerza nuclear fuerte para dar lugar a un deuterón. El proceso libera enormes cantidades de energía, porque, como sucede también en la formación de una molécula de hidrógeno, el hecho de enlazar cosas entre sí libera energía.

La energía liberada en un solo evento de fusión no es grande a escala macroscópica. Un millón de reacciones de fusión protón-protón generan aproximadamente la misma cantidad de energía que tiene un mosquito en vuelo en forma de energía cinética, o lo que una bombilla de cien vatios irradia en un nanosegundo. Pero esta es una cantidad enorme a escala atómica, y recordemos que estamos hablando del denso núcleo de una nube de gas en plena contracción en el que hay alrededor de  $10^{26}$  protones por centímetro cúbico. Si todos los protones en un centímetro cúbico se fusionasen en deuterones, se liberarían  $10^{23}$  julios de

energía, una cantidad suficiente para cubrir las necesidades de un pueblo pequeño durante un año.

Con la fusión de dos protones en un deuterón da comienzo una bacanal de fusión. El propio deuterón está deseoso de fusionarse con un tercer protón para producir una versión ligera del helio (llamada helio 3) con la emisión de un fotón, y estos núcleos de helio a continuación se emparejan y se fusionan para dar lugar a helio normal (o helio 4) con la emisión de dos fotones. En cada estadio, la fusión libera cantidades crecientes de energía. Y, por si no fuera suficiente, el positrón que se ha emitido al principio de la cadena también se fusiona rápidamente con uno de los electrones del plasma que lo rodea para producir un par de fotones. Toda esta energía liberada contribuye a la aparición de un gas caliente de fotones, electrones y núcleos que ejerce una presión hacia el exterior que se contrapone a la de la materia atraída hacia el interior hasta llegar a detener la contracción gravitatoria. Esto es una estrella: la fusión nuclear consume combustible nuclear en el núcleo, y esto genera una presión hacia fuera que estabiliza la estrella contra la contracción gravitatoria.

Evidentemente, la cantidad de hidrógeno que se puede consumir como combustible es limitada, y llegará un momento en que se agote. Si se deja de liberar energía, cesa la presión hacia fuera, la gravedad retoma el control y la estrella prosigue con la contracción pospuesta. Si la masa de la estrella es suficientemente grande, el núcleo se calentará hasta alcanzar temperaturas del orden de los 100 millones de grados. Entonces el helio, que se había producido como residuo en la fase de combustión del hidrógeno, entra en ignición, fusionándose entre sí para producir carbono y oxígeno, y de nuevo la contracción gravitatoria se detiene temporalmente.

Pero ¿qué ocurre si la masa de la estrella no es suficiente para que se desencadene la fusión del helio? Este es el caso de las estrellas cuya masa es menor que media masa solar. La estrella se calienta al contraerse, pero, antes de que el núcleo alcance los 100 millones de grados, otro fenómeno detiene la contracción. Se trata de la

presión que ejercen los electrones debida al hecho de que están sometidos al principio de exclusión de Pauli. Como sabemos, el principio de Pauli es fundamental para explicar por qué los átomos permanecen estables, y es básico para entender las propiedades de la materia. He aquí otro de sus méritos: explica la existencia de estrellas compactas que sobreviven a pesar de que hayan dejado de consumir combustible nuclear. ¿Cómo lo hace?

A medida que la gravedad aplasta la estrella, los electrones en su interior quedan confinados en un volumen cada vez menor. Podemos imaginar un electrón dentro de la estrella en función de su momento,  $p$ , y, por lo tanto, de su correspondiente longitud de onda de De Broglie,  $\hbar/p$ . En particular, la partícula solo puede describirse mediante un paquete de ondas que tenga un tamaño al menos igual a su longitud de onda asociada.<sup>47</sup>

Esto significa que, cuando la densidad de la estrella es suficientemente elevada, los electrones deben superponerse entre sí, es decir, no podemos imaginar que están descritos por paquetes de onda aislados. Lo cual a su vez implica que los efectos mecanocuánticos, y el principio de Pauli en particular, son importantes a la hora de describir los electrones. En concreto, se están aplastando juntos hasta el punto de que dos electrones están intentando ocupar la misma región del espacio, y sabemos que, debido al principio de Pauli, se resisten a hacerlo. Así pues, en una estrella moribunda los electrones se evitan mutuamente, y esto proporciona una rigidez que se opone a la contracción gravitatoria.

Este es el destino de las estrellas más ligeras, pero ¿qué hay de las que son como el Sol? Las hemos dejado un par de párrafos arriba, quemando helio para producir carbono y oxígeno. ¿Qué sucede cuando se les acaba el helio? También deben entonces empezar a contraerse bajo su propia gravedad, lo que implica que sus electrones se apiñarán. Y, como sucede en las estrellas más ligeras, llegará un momento en que el principio de Pauli entre en acción y detenga la contracción. Pero, para las estrellas más masivas, incluso el principio de exclusión de Pauli tiene sus límites. Al mismo tiempo que la estrella se contrae y los electrones se apiñan, el

núcleo se calienta y los electrones se mueven cada vez más rápido. Si la masa de la estrella es suficientemente grande, los electrones acabarán moviéndose tan rápido que se aproximarán a la velocidad de la luz, y es entonces cuando sucede algo nuevo. Cuando se acercan a la velocidad de la luz, la presión que los electrones son capaces de ejercer para resistirse a la gravedad se reduce hasta el punto de que dejan de estar a la altura de su cometido. Sencillamente, ya no pueden vencer a la gravedad y detener la contracción. Nuestra tarea en este capítulo consiste en calcular cuándo sucede esto, y ya hemos destripado el final. Para estrellas con masas superiores a 1,4 veces la del Sol, los electrones pierden y la gravedad gana.

Esto completa la visión general que servirá de base a nuestros cálculos. Ahora podemos seguir adelante y olvidar todo lo relativo a la fusión nuclear, porque las estrellas que aún arden no son las que nos interesan. Lo que queremos entender es lo que sucede en el interior de las estrellas muertas. Queremos ver cómo la presión cuántica de los electrones apiñados contrarresta la fuerza de la gravedad, y cómo esa presión disminuye si los electrones se mueven demasiado rápido. La esencia de nuestro análisis es, por lo tanto, un juego de equilibrios: la gravedad contra la presión cuántica. Si podemos hacer que se compensen, tendremos una estrella enana blanca, pero si la gravedad vence, lo que tendremos será una catástrofe.

Aunque no es relevante para nuestro cálculo, no podemos quedarnos con este suspense. Cuando una estrella masiva implosiona, aún le quedan dos opciones. Si no es demasiado pesada, seguirá apiñando los fotones y los electrones hasta que también estos puedan fusionarse para producir neutrones. En particular, un protón y un electrón se convierten espontáneamente en un neutrón con la emisión de un neutrino, de nuevo a través de la fuerza nuclear débil. De esta manera, la estrella se transforma inexorablemente en una diminuta bola de neutrones. En palabras del físico ruso Lev Landau, la estrella se convierte en «un núcleo gigantesco». Landau escribió estas palabras en su artículo de 1932 titulado «Sobre la teoría de las estrellas», que se publicó el mismo mes en que James Chadwick descubrió el neutrón. Probablemente sea algo exagerado decir que Landau predijo la existencia

de las estrellas de neutrones, pero, con gran clarividencia, desde luego sí imaginó algo parecido. Puede que el mérito haya que atribuírselo a Walter Baade y Fritz Zwicky, que al año siguiente escribieron: «Con toda cautela, proponemos la idea de que las supernovas representan las transiciones de estrellas normales a estrellas de neutrones, que en sus etapas finales consisten en cúmulos de neutrones extremadamente compactos». La idea se consideró tan extravagante que incluso fue objeto de una parodia en *Los Angeles Times* (véase la figura 12.1), y las estrellas de neutrones siguieron siendo una curiosidad teórica hasta mediados de la década de 1960.



Figura 12.1. Viñeta de la edición del 19 de enero de 1934 de *Los Angeles Times*.

En 1965, Anthony Hewish y Samuel Okoye encontraron «evidencia de una fuente inusual de ondas de radio de alta intensidad en la nebulosa del Cangrejo», aunque no supieron identificarla como una estrella de neutrones. La identificación positiva

llegó en 1967, por parte de Iósiv Shklovski y, poco después, tras observaciones más detalladas, por Jocelyn Bell y el propio Hewish. El primer ejemplo de uno de los objetos más exóticos del universo acabaría recibiendo el nombre de «púlsar de Hewish Okoye». Curiosamente, los astrónomos habían observado mil años antes esa misma supernova que creó el púlsar de Hewish Okoye. La gran supernova de 1054, la más brillante de la que se tiene constancia en toda la historia, fue observada por astrónomos chinos y, como demuestra un famoso dibujo del borde sobresaliente de un acantilado, por los pueblos del cañón del Chaco, en el sudoeste de Estados Unidos.

Aún no hemos dicho cómo logran estos neutrones contrarrestar la gravedad y evitar que continúe la contracción, aunque probablemente ya imagine lo que sucede. Los neutrones (como los electrones) están sujetos al principio de Pauli. Y también son capaces de detener la contracción, por lo que, como las enanas blancas, las estrellas de neutrones representan un posible estadio final en la vida de las estrellas. Las estrellas de neutrones suponen una digresión en nuestra historia, pero no podemos abandonarlas sin señalar que son objetos realmente especiales dentro de nuestro asombroso universo: son estrellas del tamaño de una ciudad, tan densas que una cucharadita pesa tanto como una montaña, y que perduran debido únicamente a la aversión natural que las partículas de espín semientero sienten las unas por las otras.

Solo queda una opción más para las estrellas más masivas del universo, estrellas en las que incluso los neutrones se mueven a velocidades cercanas a la de la luz. A esos gigantes les espera el desastre, porque los neutrones ya no son capaces de generar presión suficiente para resistir a la gravedad. No existe mecanismo físico conocido que pueda impedir la implosión de un núcleo estelar cuya masa sea superior a unas tres masas solares, y el resultado es un agujero negro: un lugar donde las leyes de la física tal y como las conocemos se vienen abajo. Suponemos que las leyes de la naturaleza no dejan de operar, pero para entender debidamente el

funcionamiento interno de un agujero negro sería necesaria una teoría cuántica de la gravedad que a día de hoy no existe.

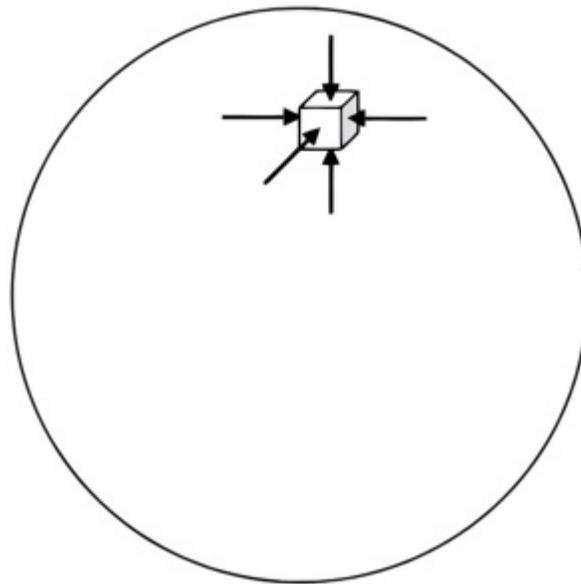
Retomemos ahora el hilo y centrémonos en nuestro doble objetivo de demostrar la existencia de las estrellas enanas blancas y calcular la masa de Chandrasekhar. Sabemos cómo hemos de proceder: debemos compensar la presión de los electrones con la gravedad. Este no va a ser un cálculo que podamos hacer mentalmente, por lo que convendría tener un plan de acción, como el que exponemos a continuación. Es bastante extenso, porque primero queremos aclarar algunos detalles previos para preparar el terreno para el cálculo en sí.

*Paso 1:* Necesitamos determinar cuál es la presión en el interior de la estrella debida a los electrones altamente comprimidos. Alguien podría preguntarse por qué no nos preocupa el resto de las cosas que hay dentro de la estrella, como los núcleos y los fotones. Estos últimos no están sujetos al principio de Pauli y además, si transcurre un tiempo suficiente, abandonarán la estrella. No tienen ninguna posibilidad de resistir a la gravedad. En cuanto a los núcleos, los que poseen espín semientero sí están sujetos a la regla de Pauli, pero (como veremos) el hecho de que tengan más masa implica que ejercen una presión menor que los electrones, y podemos ignorar tranquilamente su contribución al juego de equilibrios. Esto simplifica enormemente la situación: lo único que necesitamos es la presión de los electrones, y en eso debemos concentrar nuestros esfuerzos.

*Paso 2:* Una vez que hayamos calculado la presión de los electrones, necesitaremos determinar el equilibrio. Puede que no sea evidente cómo habrá que proceder. Una cosa es decir: «La gravedad tira hacia dentro y los electrones empujan hacia fuera» y otra muy distinta es expresarlo en números.

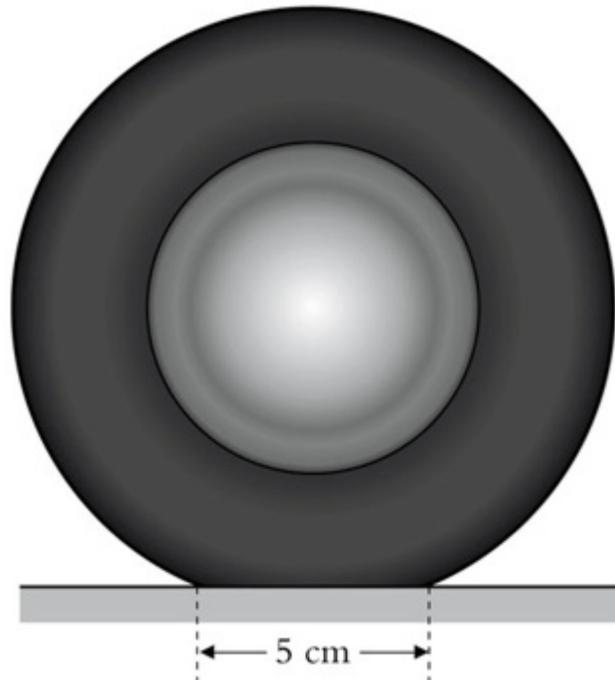
La presión variará dentro de la estrella, será mayor en el centro y menor en la superficie. El hecho de que exista un gradiente de presión es crucial. Imaginemos un cubo de materia estelar situado en algún lugar en el interior de la estrella, como se ilustra en la figura 12.2. La gravedad actuará para atraerlo hacia el centro de la estrella, y queremos saber cómo hace la presión de los electrones para

contrarrestarla. El gas de electrones ejerce una presión sobre cada una de las seis caras del cubo, y la fuerza es igual a la presión en esta cara multiplicada por el área de la misma. Esta afirmación es exacta. Hasta ahora hemos utilizado la palabra «presión» suponiendo que todos tenemos una idea intuitiva de que un gas a alta presión «empuja más» que otro a una presión más baja. Es algo que cualquiera que haya tenido que hinchar un neumático de coche con un pinchazo sabe.



*Figura 12.2. Un pequeño cubo en algún lugar del corazón de la estrella. Las flechas indican la presión ejercida sobre el cubo por los electrones en el interior de la estrella.*

Puesto que vamos a necesitar comprender la presión correctamente, se impone un breve desvío hacia un territorio más familiar. Siguiendo con el ejemplo del neumático, un físico diría que está pinchado porque la presión del aire en su interior es insuficiente para soportar el peso del coche sin que el neumático se deforme: por eso a los físicos nos invitan a las mejores fiestas. Ahora podemos calcular cuál debería ser la presión correcta para un coche de 1.500 kilos de masa si queremos que haya 5 centímetros de neumático en contacto con el suelo, como se ilustra en la figura 12.3. Y nos toca volver a usar la tiza.



*Figura 12.3. Un neumático se deforma ligeramente al soportar el peso de un coche.*

Si el neumático tiene 20 centímetros de ancho y queremos que una extensión de 5 centímetros esté en contacto con la carretera, el área del neumático en contacto con el suelo será de  $20 \times 5 = 100$  centímetros cuadrados. Aún no sabemos cuál es la presión que requiere el neumático —esto es lo que queremos calcular—, así que la vamos a representar mediante el símbolo  $P$ . Necesitamos conocer la fuerza vertical hacia el suelo que ejerce el aire en el interior del neumático. Esto es igual a la presión multiplicada por el área del neumático en contacto con el suelo, es decir,  $P \times 100$  centímetros cuadrados. Deberíamos multiplicar este resultado por cuatro, porque nuestro coche tiene cuatro ruedas:  $P \times 400$  centímetros cuadrados. Esta es la fuerza total que ejerce sobre el suelo el aire contenido en los neumáticos. Pensémoslo así: las moléculas de aire dentro del neumático están golpeando el suelo (están, si queremos ser pedantes, golpeando la goma del neumático en contacto con el suelo, pero esto no es importante). Normalmente, el suelo no se deforma, y empuja de vuelta hacia arriba con una fuerza de igual magnitud pero en

dirección opuesta (así que acabamos utilizando la tercera ley de Newton). El suelo empuja el coche hacia arriba y la gravedad lo empuja hacia abajo y, puesto que no salta en el aire ni se hunde en el suelo, sabemos que ambas fuerzas deben compensarse. Podemos, por lo tanto, igualar los  $P \times 400$  centímetros cuadrados de fuerza hacia arriba con la fuerza hacia abajo debida a la gravedad. Esta fuerza no es más que el peso del coche, y sabemos cómo calcularlo usando la segunda ley de Newton,  $F = ma$ , donde  $a$  es la aceleración debida a la gravedad en la superficie terrestre, que es de  $9,81 \text{ m/s}^2$ . Así pues, el peso es  $1.500 \text{ kg} \times 9,81 \text{ m/s}^2 = 14.700$  newtons (un newton es igual a  $1 \text{ kg m/s}^2$ , que es aproximadamente el peso de una manzana). Igualando ambas fuerzas, tenemos que

$$P \times 400 \text{ cm}^2 = 14.700 \text{ N.}$$

Esta es una ecuación fácil de resolver:  $P = (14.700/400) \text{ N/cm}^2 = 36,75 \text{ N/cm}^2$ . Una presión de  $36,75$  newtons por centímetro cuadrado probablemente no sea una manera muy habitual de expresar la presión de un neumático, pero podemos convertirla a una unidad más familiar, el «bar». Un bar es la presión atmosférica estándar, y es igual a  $101.000$  newtons por metro cuadrado. Hay  $10.000$  centímetros cuadrados en un metro cuadrado, por lo que  $101.000$  newtons por metro cuadrado es equivalente a  $10,1$  newtons por centímetro cuadrado. La presión del neumático que buscamos es, por lo tanto,  $36,75/10,1 = 3,6$  bares. También podemos utilizar nuestra ecuación para deducir que, si la presión del neumático disminuye un  $50\%$ , hasta  $1,8$  bares, tendremos que doblar el área en contacto con el suelo, lo que hace que el neumático esté más plano. Después de este curso de repaso sobre la presión, podemos volver al pequeño cubo de materia estelar de la figura 12.2.

Si la cara inferior del cubo está más cerca del centro de la estrella, la presión sobre ella debería ser un poco mayor que en la cara superior. Esta diferencia de presión da lugar a una fuerza sobre el cubo que trata de alejarlo del centro («hacia arriba»

en la figura) y eso es exactamente lo que queremos, porque, al mismo tiempo, la gravedad tirará del cubo hacia el centro de la estrella («hacia abajo» en la figura). Si pudiésemos calcular cómo equilibrar ambas fuerzas, habríamos aprendido algo sobre la estrella. Pero es más fácil decirlo que hacerlo, porque, aunque el paso 1 nos permitirá calcular cuánto empuja al cubo la presión hacia fuera de los electrones, aún tendríamos que averiguar cuánto tira de él la gravedad en sentido opuesto. Por cierto, no necesitamos preocuparnos por la presión sobre las caras laterales del cubo, porque estas son equidistantes del centro de la estrella, por lo que la presión en la cara izquierda se compensa con la que experimenta la cara derecha, y eso garantiza que el cubo no se moverá a la izquierda o a la derecha.

Para calcular la fuerza de la gravedad sobre el cubo tendremos que hacer uso de la ley de la gravitación de Newton, que nos dice que cada pedazo de materia dentro de la estrella tira de nuestro pequeño cubo con una intensidad que disminuye con la distancia al cubo. Así, los pedazos más alejados tiran menos que los más próximos. Tener en cuenta el hecho de que el tirón gravitatorio sobre el cubo es distinto para diferentes pedazos de materia estelar, dependiendo de la distancia a la que se encuentren, parece un problema complicado, pero hay una manera de abordarlo, al menos en principio: deberíamos trocear la estrella en un montón de pedazos y después calcular la fuerza que cada uno de ellos ejerce sobre el cubo. Por suerte, no necesitamos imaginar que troceamos la estrella, porque podemos sacar partido de un resultado muy elegante. La ley de Gauss (llamada así en honor del legendario matemático alemán Carl Friedrich Gauss) nos dice que: (a) podemos ignorar la gravedad debida a todos los pedazos que están más alejados del centro de la estrella que nuestro cubo; (b) el efecto gravitatorio neto de todos los pedazos que están más cerca del centro de la estrella es exactamente el mismo que si todos esos pedazos estuviesen apiñados en el mismísimo centro de la estrella. Utilizando la ley de Gauss en combinación con la ley de la gravitación de Newton, podemos decir que el cubo experimenta una fuerza que tira de él hacia el centro de la estrella, cuya magnitud viene dada por:

$$G \frac{M_{in} M_{cubo}}{r^2}$$

donde  $M_{in}$  es la masa de la estrella que se encuentra dentro de una esfera cuyo radio solo llega hasta donde se encuentra el cubo,  $M_{cubo}$  es la masa del cubo y  $r$  es la distancia del cubo al centro de la estrella (y  $G$  es la constante de Newton). Por ejemplo, si el cubo se encuentra en la superficie de la estrella, entonces  $M_{in}$  es la masa total de la estrella. Para cualquier otra ubicación,  $M_{in}$  tiene un valor menor.

Estamos haciendo progresos, porque para equilibrar las fuerzas sobre el cubo (que, recordémoslo, significa que el cubo no se mueve, lo que a su vez implica que la estrella no va a explotar o a implosionar)<sup>48</sup> necesitamos que

$$(P_{sup} - P_{inf})A = G \frac{M_{in} M_{cubo}}{r^2} \quad (1)$$

donde  $P_{inf}$  y  $P_{sup}$  son las presiones que ejerce el gas de electrones sobre las caras inferior y superior del cubo, respectivamente, y  $A$  es el área de cada cara del cubo (recordemos que la fuerza ejercida por una presión es igual a dicha presión multiplicada por el área). Hemos marcado esta ecuación como « (1)» porque es muy importante y nos referiremos a ella más adelante.

*Paso 3:* Preparémonos una taza de té y congratulémonos porque, después de haber llevado a cabo el paso 1, habremos calculado las presiones,  $P_{inf}$  y  $P_{sup}$ , y el paso 2 nos dice exactamente cómo equilibrar las fuerzas. Pero aún nos queda hacer el trabajo serio, porque aún tenemos que aplicar realmente el paso 1 y determinar la diferencia de presión que aparece en el lado izquierdo de la ecuación (1). Esta es nuestra siguiente tarea.

Imaginemos una estrella repleta de electrones y de otras cosas. ¿Cómo están distribuidos los electrones? Centrémonos en un electrón «típico». Sabemos que los

electrones cumplen el principio de exclusión de Pauli, lo que significa que la probabilidad de encontrar dos electrones en la misma región del espacio es nula. ¿Qué implica esto para el mar de electrones al que nos hemos estado refiriendo como «gas de electrones» en nuestra estrella? Puesto que existe necesariamente una separación entre los electrones, podemos suponer que cada uno de ellos ocupa un diminuto cubo imaginario en el interior de la estrella. En realidad, esto no es del todo correcto porque sabemos que hay dos tipos de electrones (con «espín hacia arriba» y con «espín hacia abajo») y el principio de exclusión de Pauli solo prohíbe que las partículas idénticas se acerquen demasiado, lo que significa que podemos meter dos electrones en un solo cubo. Podemos comparar esta situación con la que se daría si los electrones no cumplieren el principio de Pauli, en cuyo caso los electrones no estarían localizados de dos en dos en «contenedores virtuales», sino que se dispersarían y disfrutarían de un espacio vital mucho mayor. De hecho, si ignorásemos las varias maneras en que los electrones pueden interactuar entre sí y con las otras partículas de la estrella, el espacio que podrían ocupar sería ilimitado. Sabemos lo que ocurre cuando confinamos una partícula cuántica: salta de un sitio a otro según el principio de indeterminación de Heisenberg, y cuanto más confinada está, más salta. Esto significa que, a medida que nuestra aspirante a enana blanca se contrae, los electrones se encuentran progresivamente más confinados, lo que hace que se agiten cada vez más. Es la presión debida a su agitación la que detendrá la contracción gravitatoria.

Podemos hacer algo mejor que expresarlo en palabras, porque podemos utilizar el principio de indeterminación de Heisenberg para determinar el momento típico de un electrón. En particular, si lo confinamos a una región de tamaño  $\Delta x$ , saltará de un lado a otro con un momento típico de  $p \sim \hbar/\Delta x$ . De hecho, en el capítulo 4 hemos argumentado que esto es más bien un límite superior para el momento, y que el momento típico se encuentra entre cero y este valor. Conviene recordar este hecho para más adelante. Conocer el momento nos permite inmediatamente saber dos cosas. En primer lugar, si los electrones no cumplieren el principio de

exclusión de Pauli, entonces no estarían confinados en una región de tamaño  $\Delta x$ , sino en otra de un tamaño mucho mayor. Lo cual a su vez resultaría en una agitación mucho menor, y menos agitación significa menos presión. Así pues, está claro cómo interviene el principio de Pauli: estruja los electrones de forma que, a través de Heisenberg, experimenten una agitación turboalimentada. A continuación plasmaremos esta idea de la agitación con turbo en una fórmula para la presión, pero antes deberíamos mencionar la segunda cosa que podemos aprender. Puesto que el momento es  $p = mv$ , la velocidad de la agitación también es inversamente proporcional a la masa, de manera que los electrones saltan de un lado a otro con mucha más intensidad que los núcleos más pesados que también componen la estrella, y esta es la razón por la que la presión que ejercen los núcleos es irrelevante. Entonces, ¿cómo pasamos de conocer el momento de un electrón a calcular la presión que ejerce un gas de electrones similares?

Lo primero que tenemos que hacer es calcular el tamaño que deben tener los pequeños volúmenes que contienen los pares de electrones. Su volumen debe ser  $(\Delta x)^3$  y, puesto que debemos meter dentro de ellos a todos los que hay en la estrella, podemos expresarlo en función del número de electrones dentro de la estrella ( $N$ ) dividido por el volumen de la estrella ( $V$ ). Necesitaremos exactamente  $N/2$  contenedores para acomodar todos los electrones, porque puede haber dos en cada contenedor. Esto significa que cada contenedor ocupará un volumen de  $V$  dividido entre  $N/2$ , que es igual a  $2(V/N)$ . Usaremos mucho la cantidad  $N/V$  (el número de electrones por unidad de volumen en el interior de la estrella) en lo que sigue, por lo que le vamos a dar su propio símbolo:  $n$ . Podemos entonces escribir cuál debe ser el volumen de los contenedores para que puedan caber en ellos todos los electrones de la estrella, esto es,  $(\Delta x)^3 = 2/n$ . Tomando la raíz cúbica de la parte derecha, podemos concluir que

$$\Delta x = \sqrt[3]{\frac{2}{n}} = \left(\frac{2}{n}\right)^{\frac{1}{3}}$$

Si ahora introducimos este resultado en nuestra expresión del principio de indeterminación, tendremos que el momento típico de los electrones debido a su agitación cuántica es

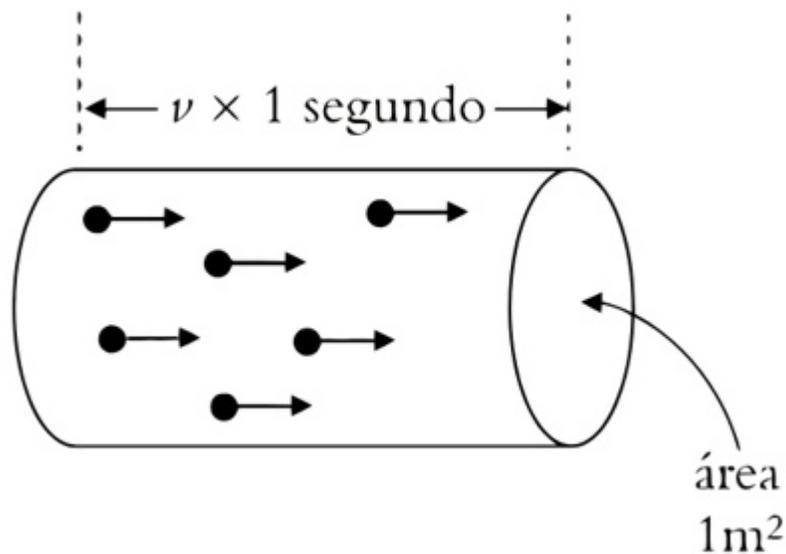
$$p \sim \hbar \left(\frac{n}{2}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (2)$$

donde el signo  $\sim$  significa «del orden de». Claramente, esto es un poco impreciso, porque no todos los electrones se agitarán en la misma medida: algunos lo harán más rápido que el valor típico y otros más despacio. El principio de indeterminación de Heisenberg no es capaz de decirnos exactamente cuántos electrones se mueven a tal velocidad y cuántos a tal otra, sino que ofrece una expresión «a grandes pinceladas» y afirma que, si apretujamos un electrón se agitará con un momento del orden de  $\hbar/\Delta x$ . Tomaremos este momento típico y supondremos que es el mismo para todos los electrones. Al hacerlo, perdemos un poco de precisión en nuestro cálculo, pero a cambio ganamos mucho en simplicidad, y no cabe duda de que estamos pensando en la física de la manera correcta.<sup>49</sup>

Ahora conocemos la velocidad de los electrones, y esta información es suficiente para calcular cuánta presión ejercen sobre el pequeño cubo. Para verlo, imaginemos una flota de electrones que se mueven todos en la misma dirección y a la misma velocidad ( $v$ ) hacia un espejo plano. Chocan con él y rebotan, desplazándose de nuevo a la misma velocidad pero en sentido opuesto. Calculemos la fuerza que ejercen estos electrones sobre el espejo. Una vez hecho esto, podremos tratar de efectuar un cálculo más realista, en el que no todos los electrones se mueven en la

misma dirección. Esta metodología es muy habitual en física: primero imaginamos una versión más sencilla del problema que queremos resolver, lo cual nos permite aprender cosas sobre la física que interviene en él sin complicarnos demasiado la vida, y ganar confianza antes de abordar el problema más complejo. Imaginemos que la flota de electrones consta de  $n$  partículas por metro cúbico y supongamos que tiene una sección transversal circular de un metro cuadrado de área, tal y como se ilustra en la figura 12.4. En un segundo,  $nv$  electrones chocan con el espejo (si  $v$  se mide en metros por segundo).

Sabemos que es así porque todos los electrones que se encuentren a una distancia de hasta  $v \times 1$  segundo (esto es, todos los dibujados en la figura) chocarán con el espejo cada segundo. Puesto que el volumen de un cilindro es igual al área de su sección transversal multiplicado por su longitud, el tubo tiene un volumen de  $v$  metros cúbicos y, puesto que hay  $n$  electrones por metro cúbico en la flota, se deduce que  $nv$  chocan con el espejo cada segundo.



*Figura 12.4. Una flota de electrones (los puntos) que se desplazan todos en la misma dirección. Todos los electrones contenidos en un tubo de este tamaño chocarán con el espejo cada segundo.*

Cuando cada electrón rebota en el espejo, se invierte su momento, lo que significa que varía en una cantidad  $2mv$ . Igual que se necesita una fuerza para detener un autobús en movimiento y hacer que se mueva marcha atrás, también hace falta una fuerza para invertir el momento de un electrón. Aquí aparece de nuevo Isaac Newton. En el capítulo 1 hemos escrito su segunda ley como  $F = ma$ , pero este es un caso particular de una formulación más general que afirma que la fuerza es igual al ritmo de variación del momento.<sup>50</sup> Así pues, la flota de electrones en su conjunto aplica sobre el espejo una fuerza de  $F = 2mv \times (nv)$ , porque esta es la variación neta del momento de los electrones en un segundo. Debido al hecho de que el haz de electrones tiene un área de 1 metro cuadrado, esto es también igual a la presión ejercida por la flota de electrones sobre el espejo.

Solo un pasito separa la flota de un gas de electrones. En lugar de suponer que todos los electrones se desplazan en la misma dirección, debemos tener en cuenta que algunos se mueven hacia arriba, otros hacia abajo, otros hacia la izquierda, etcétera. El efecto neto es que la presión en cualquier dirección se reduce en un factor 6 (pensemos en las seis caras de un cubo), hasta  $2(mv) \times (nv)/6 = nmv^2/3$ . Podemos sustituir  $v$  en esta ecuación por el valor estimado de las velocidades típicas de los electrones que ha resultado de aplicar el principio de indeterminación de Heisenberg (esto es, la ecuación (2)) para obtener el resultado final para la presión que ejercen los electrones en una estrella enana blanca:<sup>51</sup>

$$P = \frac{1}{3} nm \frac{\hbar^2}{m^2} \left(\frac{n}{2}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}} \frac{\hbar^2}{m} n^{\frac{5}{3}}$$

Como hemos dicho, esta no es más que una estimación. El resultado completo, utilizando muchas más matemáticas, es

$$P = \frac{1}{40} \left( \frac{3}{4} \right)^{\frac{2}{3}} \frac{\hbar^2}{m} n^{\frac{5}{3}} \quad (3)$$

Es un buen resultado. Nos dice que la presión en algún lugar de la estrella varía proporcionalmente con el número de electrones por unidad de volumen en este punto elevado a la potencia  $5/3$ . No debería preocuparnos el hecho de no haber obtenido el valor correcto de la constante de proporcionalidad mediante nuestro desarrollo aproximado: lo importante es que todo lo demás sí es correcto. De hecho, ya habíamos dicho que era probable que nuestra estimación del momento de los electrones fuera un poco demasiado grande, y esto explica por qué nuestra estimación de la presión es mayor que el valor correcto.

Conocer el valor de la presión en función de la densidad de electrones es un buen punto de partida, pero nos convendría más expresarla en función de la densidad de masa de la estrella. Lo podemos hacer si suponemos (cosa que es muy poco arriesgada) que la inmensa mayor parte de la masa proviene de los núcleos y no de los electrones (la masa de un solo protón es 2.000 veces mayor que la de un electrón). También sabemos que el número de electrones debe ser igual al de protones, porque la estrella es eléctricamente neutra. Para obtener la densidad de masa necesitamos saber cuántos protones y neutrones hay por metro cúbico, y no nos deberíamos olvidar de los neutrones, porque son un producto derivado de la fusión nuclear. En las enanas blancas más ligeras, el núcleo estará compuesto predominantemente por helio 4, el producto final de la fusión del hidrógeno, y esto significa que habrá una misma cantidad de protones y de neutrones. Vamos a introducir un poco de notación. El número de masa atómica,  $A$ , se utiliza normalmente para contar el número total de protones y neutrones que hay en un núcleo, y  $A = 4$  para el helio 4. El número de protones en un núcleo se representa mediante el símbolo  $Z$ ; para el helio,  $Z = 2$ . Ahora podemos escribir la relación entre la densidad de electrones,  $n$ , y la densidad de masa,  $\rho$ , como

$$n = Z\rho/(m_p A)$$

donde hemos supuesto que la masa del protón,  $m_p$ , es la misma que la del neutrón, lo cual es más que correcto para lo que nos interesa. La magnitud  $m_p A$  es la masa de cada núcleo;  $\rho/m_p A$  es entonces el número de núcleos por unidad de volumen, que, multiplicado por  $Z$ , da como resultado el número de protones por unidad de volumen, el cual debe ser igual al número de electrones, que es lo que dice la ecuación.

Podemos emplear esta ecuación para sustituir  $n$  en la ecuación (3) y, puesto que  $n$  es proporcional a  $\rho$ , la consecuencia es que la presión varía proporcionalmente a la densidad elevada a la potencia  $5/3$ . La notable relación física que acabamos de descubrir es que

$$P = \kappa \rho^{5/3} \quad (4)$$

y los valores absolutos de presión, cosa que abstraemos utilizando el símbolo  $\kappa$ . Conviene señalar que  $\kappa$  depende de la relación entre  $Z$  y  $A$ , por lo que tendrá distintos valores para diferentes tipos de enana blanca. Agrupar varios números en un símbolo nos ayuda a «ver» lo que es importante. En este caso, los símbolos podrían distraernos de la idea principal, que es la relación entre la presión y la densidad en la estrella.

Antes de seguir adelante, fijémonos en que la presión debida a la agitación cuántica no depende de la temperatura, sino solo de cuánto estrujamos la estrella. También habrá una contribución adicional a la presión de los electrones correspondiente simplemente al hecho de que estos se mueven «normalmente» de un sitio a otro debido a su temperatura, y cuanto más caliente esté la estrella, más rápido se moverán. No nos hemos molestado en hablar de esta fuente de presión porque no tenemos mucho tiempo y, si la calculásemos, veríamos que su magnitud es muchísimo menor que la de la presión cuántica.

Por fin estamos en disposición de introducir nuestra fórmula para la presión cuántica en la ecuación clave (1), que se merece que la repitamos aquí:

$$(P_{sup} - P_{inf})A = G \frac{M_{in}M_{cubo}}{r^2} \quad (1)$$

Pero no es tan fácil como parece, porque necesitamos conocer la diferencia de presiones entre las caras superior e inferior del cubo. Podríamos reescribir por completo la ecuación (1) en función de la densidad en el interior de la estrella, que a su vez varía de un punto a otro (como debe ser, pues de lo contrario no habría diferencia de presión entre las caras del cubo) y, a continuación, podríamos tratar de resolver la ecuación para determinar cómo varía la densidad con la distancia respecto al centro de la estrella. Hacer esto supone resolver una ecuación diferencial, y queremos evitar este nivel de matemáticas. Así que vamos a ser más ingeniosos y a pensar más (y calcular menos) para poder sacar provecho de la ecuación (1) para deducir una relación entre la masa y el radio de una enana blanca. Obviamente, el tamaño de nuestro pequeño cubo y su ubicación dentro de la estrella son completamente arbitrarios, y ninguna de las conclusiones que vamos a extraer sobre la estrella en su conjunto puede depender de los detalles del cubo. Empecemos por hacer algo que podría parecer inútil. Tenemos todo el derecho de expresar la ubicación y el tamaño del cubo en función del tamaño de la estrella. Si  $R$  es el radio de la estrella, entonces podemos escribir la distancia del cubo al centro de la estrella como  $r = aR$ , donde  $a$  es simplemente un número sin dimensiones entre 0 y 1. Sin dimensiones quiere decir que es un número puro, sin unidades asociadas. Si  $a = 1$ , el cubo se encuentra en la superficie de la estrella, y si  $a = 1/2$ , está a medio camino entre el centro y la superficie. Análogamente, podemos escribir el tamaño del cubo en función del radio de la estrella. Si  $L$  es la longitud de una cara del cubo, podemos escribir  $L = bR$ , donde de nuevo  $b$  es un número puro, que será muy pequeño si queremos que el cubo sea pequeño en comparación con la

estrella. Todo esto no tiene absolutamente nada de profundo y, a estas alturas, debería parecer tan evidente que podríamos pensar que es inútil. Lo único digno de mención es que  $R$  es la distancia natural que hemos de utilizar, porque no hay otras distancias relevantes para una estrella enana blanca que hubieran podido servir como alternativas razonables.

Del mismo modo, podemos seguir con nuestra extraña obsesión y expresar la densidad de la estrella en la ubicación del cubo en función de la densidad media de la estrella. Es decir, podemos escribir  $\kappa = f\rho$  donde  $f$  es, una vez más, un número adimensional, y  $\rho$  es la densidad media de la estrella. Como ya hemos señalado, la densidad del cubo depende de su posición dentro de la estrella (si está más cerca del centro, será más denso). Puesto que la densidad media  $\rho$  no depende de la posición del cubo,  $f$  sí tiene que hacerlo (esto es,  $f$  depende de la distancia  $r$ , lo cual evidentemente significa que depende del producto  $aR$ ). Esta es la información clave en la que se basa el resto de nuestro cálculo:  $f$  es un número adimensional y  $R$  no lo es (porque mide una distancia). Esto implica que  $f$  solo puede depender de  $a$ , pero no de  $R$ . Este es un resultado muy importante, porque nos dice que el perfil de densidad de una enana blanca es «invariante de escala». Esto significa que la densidad varía con el radio de la misma manera, con independencia de cuál sea el radio de la estrella. Por ejemplo, la densidad de un punto situado a  $\frac{3}{4}$  de camino desde el centro de la estrella a la superficie será la misma proporción de la densidad media en todas las enanas blancas, independientemente del tamaño de la estrella. Hay dos maneras de valorar este resultado fundamental, y hemos decidido presentarlas ambas. Uno de nosotros lo explicó así: «Es porque cualquier función de  $r$  que carezca de dimensiones (como es el caso de  $f$ ) solo puede ser adimensional si es función de una variable también adimensional, y la única que tenemos es  $r/R = a$ , porque  $R$  es la única magnitud con dimensiones de distancia que tenemos a nuestra disposición».

El otro, en cambio, cree que lo siguiente es más claro: « $f$  puede en general depender de una manera complicada de  $r$ , la distancia del cubo al centro de la estrella. Pero

supongamos en este párrafo que es directamente proporcional a  $r$ ; esto es,  $f \propto r$ . Dicho de otro modo,  $f = Br$ , donde  $B$  es una constante. Aquí la idea fundamental es que queremos que  $f$  sea un número puro, mientras que  $r$  se mide en metros (por ejemplo). Esto significa que  $B$  debe medirse en 1/metros, para que las unidades de distancia se cancelen mutuamente. Así pues, ¿qué valor debería tener  $B$ ? No podemos elegir cualquier cosa arbitraria, como “1/metro”, porque esto no tendría sentido ni guardaría relación alguna con la estrella. ¿Por qué no elegir “1/año luz”, por ejemplo, y obtener así un resultado muy distinto? La única distancia que tenemos entre manos es  $R$ , el radio físico de la estrella, y estamos, por lo tanto, obligados a utilizarla para asegurarnos de que  $f$  siempre será un número puro. Esto significa que  $f$  depende únicamente de  $r/R$ . Usted debería ser capaz de ver que se puede llegar a la misma conclusión si partimos de la suposición de que  $f \propto r^2$ , por ejemplo». Que es justo lo que él decía, solo que más largo.

Esto significa que podemos expresar la masa de nuestro cubo, de tamaño  $L$ , volumen  $L^3$  y situado a una distancia  $r$  del centro de la estrella, como  $M_{\text{cubo}} = f(a) L^3 \rho$ . Hemos escrito  $f(a)$  en lugar de únicamente  $f$ , para recordarnos que en realidad  $f$  solo depende del valor de  $a = r/R$ , y no de las propiedades a gran escala de la estrella. Puede utilizarse el mismo argumento para decir que podemos escribir  $M_{\text{in}} = g(a) M$ , donde  $g(a)$  es de nuevo función únicamente de  $a$ . Por ejemplo, la función  $g(a)$  evaluada en  $a = 1/2$  nos da la proporción de la masa de la estrella en una esfera cuyo radio es la mitad del de la propia estrella, y nos dice que es igual para todas las enanas blancas, independientemente de cuál sea su radio, según el argumento del párrafo anterior.<sup>52</sup> Puede que se haya dado cuenta de que estamos repasando uno por uno los distintos símbolos que aparecen en la ecuación (1) y sustituyéndolos por cantidades adimensionales ( $a$ ,  $b$ ,  $f$  y  $g$ ) multiplicadas por magnitudes que dependen únicamente de la masa y el radio de la estrella (la densidad media de la estrella se puede expresar en función de  $M$  y  $R$ , porque  $\rho = M/V$  y  $V = 4\pi R^3/3$ , el volumen de una esfera). Para completar la tarea, solo

necesitamos hacer lo mismo para la diferencia de presión, que podemos escribir (gracias a la ecuación (4)) como

$$(P_{\text{inf}} - P_{\text{sup}}) A = \hbar(a, b) \pi \rho^{5/3}$$

donde  $\hbar(a, b)$  es una cantidad adimensional. El hecho de que  $\hbar(a, b)$  dependa tanto de  $a$  como de  $b$  se debe a que la diferencia de presión no solo depende de la posición del cubo (representada por  $a$ ), sino también de su tamaño (representado por  $b$ ): un cubo más grande experimentará una mayor diferencia de presión. Lo importante es que, igual que  $f(a)$  y  $g(a)$ ,  $\hbar(a, b)$  no puede depender del radio de la estrella.

Podemos utilizar las expresiones que acabamos de deducir para reescribir la ecuación (1):

$$\left( \hbar \kappa \bar{\rho}^{\frac{5}{3}} \right) \times (b^2 R^2) = G \frac{(gM) \times (f b^3 R^3 \bar{\rho})}{a^2 R^2}$$

cuyo enunciado es muy complicado. Cuesta creer que estemos a una página de alcanzar nuestro objetivo. Lo más importante es darse cuenta de que esto expresa una relación entre la masa de la estrella y su radio, una relación concreta entre ambos que está a nuestro alcance (aunque, si las matemáticas le han parecido muy complicadas, aún tendrá que hacer un esfuerzo adicional para entenderla). Después de sustituir la fórmula para la densidad media de la estrella (esto es,  $\rho = M / (4\pi R^3/3)$ ), esta ecuación tan liosa se puede reordenar hasta dar:

$$RM^{\frac{1}{3}} = \frac{\kappa}{\lambda G} \quad (5)$$

Donde

$$\lambda = \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{\frac{2}{3}} \frac{bfg}{\hbar a^2}$$

Ahora solo  $\lambda$  depende de las cantidades adimensionales  $a$ ,  $b$ ,  $f$ ,  $g$  y  $\hbar$ , lo que significa que no depende de las magnitudes que describen la estrella en su conjunto,  $M$  y  $R$ , y, por lo tanto, debe tomar el mismo valor para todas las enanas blancas.

Si le preocupa lo que sucedería si cambiásemos  $a$  y/o  $b$  (que equivale a cambiar la ubicación y/o tamaño de nuestro cubo), entonces no ha captado la potencia de este argumento. Si se toma en sentido literal, desde luego parece que modificar  $a$  y  $b$  alteraría el valor de  $\lambda$ , lo que daría un resultado diferente para  $RM^{1/3}$ . Pero esto es imposible, porque sabemos que  $RM^{1/3}$  es algo que depende de la estrella, y no de las propiedades específicas de un pequeño cubo que podamos o no habernos molestado en imaginar. Esto significa que cualquier variación en  $a$  o  $b$  debe compensarse con los correspondientes cambios en  $f$ ,  $g$  y  $h$ .

La ecuación (5) nos dice, muy específicamente, que las enanas blancas pueden existir. Lo dice porque hemos logrado establecer un equilibrio entre la gravedad y la presión (ecuación (1)). Esto no es nada trivial: podría haber sucedido que la ecuación no se cumpliese para ninguna combinación de valores de  $M$  y  $R$ . La ecuación (5) también predice que la magnitud  $RM^{1/3}$  debe ser constante. Es decir, que, si observamos el firmamento y medimos el radio y la masa de las enanas blancas, deberíamos ver que el radio multiplicado por la raíz cúbica de la masa da el mismo número para todas las enanas blancas. Una predicción realmente osada.

El argumento que acabamos de presentar se puede refinar, porque es posible calcular exactamente cuál debería ser el valor de  $\lambda$ , pero para hacerlo necesitamos resolver una ecuación diferencial de segundo orden en la densidad, algo que queda fuera del alcance de este libro. Recordemos que  $\lambda$  es un número puro: simplemente «es lo que es» y podemos, con unas pocas matemáticas de un nivel más alto, calcularlo. El hecho de que no vayamos a hacerlo explícitamente aquí no resta

ningún mérito a nuestros logros: hemos demostrado que las enanas blancas pueden existir y hemos conseguido hacer una predicción que relaciona su masa con su radio. Después de calcular  $\lambda$  (cosa que puede hacerse con un ordenador personal), y de sustituir los valores de  $\kappa$  y  $G$ , la predicción es que

$$RM^{1/3} = (3,5 \times 10^{17} \text{ kg}^{1/3} \text{ m}) \times (Z/A)^{5/3}$$

que es igual a  $1,1 \times 10^{17} \text{ kg}^{1/3} \text{ m}$  para núcleos de helio, carbono u oxígeno puros ( $Z/A = 1/2$ ). Para núcleos de hierro,  $Z/A = 26/56$  y el valor de 1,1 se reduce ligeramente hasta 1,0. Hemos rastreado la literatura académica y recopilado los datos de las masas y radio de 16 estrellas enanas blancas distribuidas por la Vía Láctea, nuestro vecindario galáctico. Para cada una de ellas, hemos calculado el valor de  $RM^{1/3}$  y el resultado es que las observaciones astronómicas revelan que  $RM^{1/3} \approx 0,9 \times 10^{17} \text{ kg}^{1/3} \text{ m}$ . El grado de acuerdo entre las observaciones y la teoría es alucinante: hemos conseguido predecir la relación entre masa y radio de las enanas blancas utilizando el principio de exclusión de Pauli, el principio de indeterminación de Heisenberg y la ley de la gravedad de Newton.

Evidentemente, existe una cierta discrepancia entre estos valores (el valor teórico de 1,0 o 1,1 y el obtenido a partir de las observaciones de 0,9). Un análisis científico formal pasaría ahora a discutir cuál es la probabilidad de que concuerden teoría y experimento, pero para lo que a nosotros nos interesa este nivel de análisis es innecesario, porque el grado de acuerdo ya es extraordinariamente bueno. De hecho, es asombroso que hayamos sido capaces de obtener este resultado con un margen de error de alrededor del 10%, y es una prueba convincente de que comprendemos medianamente bien las estrellas y la mecánica cuántica.

Los físicos y astrónomos profesionales no dejarían las cosas aquí. Querrían poner a prueba nuestra comprensión teórica con el mayor nivel de detalle posible, y hacerlo implica mejorar la descripción que hemos presentado en este capítulo. En particular, un análisis mejorado tendría en cuenta que la temperatura de la estrella

sí tiene cierta influencia sobre su estructura. Además, el mar de electrones se mueve de un sitio a otro en presencia de los núcleos atómicos, de carga eléctrica positiva, y en nuestro cálculo hemos ignorado por completo la interacción entre los electrones y los núcleos (y de los electrones entre sí). Despreciamos estas cosas porque hemos dicho que producirían correcciones bastante pequeñas a nuestro tratamiento más sencillo. Esa afirmación se basa en cálculos más detallados, y es la razón por la que nuestro enfoque simplificado concuerda tan bien con los datos.

Evidentemente, ya hemos aprendido mucho: hemos determinado que la presión de los electrones es capaz de sostener a una estrella enana blanca, y hemos sido capaces de predecir con cierta precisión cómo varía el radio de la estrella si aumenta o disminuye su masa. Observemos que, a diferencia de las estrellas «normales», que consumen ávidamente combustible, las enanas blancas poseen la característica de que, si se les añade masa, su tamaño decrece. Esto sucede porque la materia adicional hace que aumente la gravedad de la estrella, lo que provoca su contracción. En sentido literal, la relación que se expresa en la ecuación (5) parece implicar que necesitaríamos añadir una cantidad infinita de masa para que el tamaño de la estrella se redujese hasta cero. Pero no es eso lo que sucede. Lo importante, como hemos comentado al principio de este capítulo, es que llega un momento en que entramos en un régimen en el que los electrones están tan empaquetados que la teoría de la relatividad especial de Einstein cobra relevancia porque la velocidad de los electrones empieza a aproximarse a la de la luz. El efecto sobre nuestro cálculo es que debemos dejar de utilizar las leyes del movimiento de Newton y sustituirlas por las de Einstein. Esto, como veremos, supone una gran diferencia.

Lo que estamos a punto de descubrir es que, a medida que crece la masa de la estrella, la presión que ejercen los electrones dejará de ser proporcional a la densidad elevada a una potencia de  $5/3$  y pasará a aumentar más lentamente con la densidad. Haremos el cálculo a continuación, pero podemos ver directamente que esto podría tener consecuencias catastróficas para la estrella. Significa que, cuando

añadimos más masa, se producirá el habitual incremento de la gravedad pero un menor aumento de la presión. El destino de la estrella depende de hasta qué punto la presión varíe «más lentamente» con la gravedad cuando los electrones se mueven rápido. Claramente ha llegado el momento de calcular cuál es la presión de un gas de electrones «relativista».

Afortunadamente, no necesitamos sacar la maquinaria pesada de la teoría de Einstein porque el cálculo de la presión en un gas de electrones que se mueven a velocidades próximas a la de la luz sigue un razonamiento muy similar al que acabamos de presentar para un gas de electrones «lentos». La diferencia fundamental es que no podemos escribir que el momento es  $p = mv$ , porque esto ya no es correcto. Lo que sí es correcto, no obstante, es que la fuerza que ejercen los electrones sigue siendo igual a la variación de su momento por unidad de tiempo. Anteriormente, hemos deducido que una flota de electrones que rebota en un espejo ejerce una presión de  $P = 2mv \times (nv)$ . En el caso relativista, podemos escribir la misma expresión, siempre que sustituyamos  $mv$  por el momento,  $p$ . También estamos suponiendo que la velocidad de los electrones es cercana a la de la luz, por lo que podemos sustituir  $v$  por  $c$ . Por último, aún tenemos que dividir entre 6 para obtener la presión en la estrella. Esto significa que podemos escribir la presión para el gas relativista como  $P = 2p \times nc/6 = pnc/3$ . Como antes, ahora vamos a utilizar el principio de indeterminación de Heisenberg para decir que el momento típico de los electrones confinados es de  $h(n/2)^{1/3}$ , y así

$$P = \frac{1}{3} nc \hbar \left(\frac{n}{2}\right)^{\frac{1}{3}} \propto n^{\frac{4}{3}}$$

De nuevo, podemos comparar esto con el resultado exacto, que es

$$P = \frac{1}{16} \left(\frac{3}{\pi}\right)^{\frac{1}{3}} \hbar cn^{\frac{4}{3}}$$

Por último, podemos seguir la misma metodología que antes para expresar la presión en función de la densidad de masa en la estrella y deducir la alternativa a la ecuación (4):

$$P = \kappa \rho^{4/3},$$

donde  $\kappa' \propto \hbar c \times (Z / (Am_p))^{4/3}$ . Como hemos prometido, la presión crece más lentamente con el aumento de la densidad que en el caso no relativista. En concreto, la densidad aumenta proporcionalmente a potencia de 4/3. La razón para esta variación más lenta tiene su origen en el hecho de que los electrones no pueden ir más rápido que la velocidad de la luz. Esto significa que el factor «de flujo»,  $nv$ , que utilizamos para calcular la presión se satura en un valor de  $nc$  y el gas no es capaz de llevar electrones hasta el espejo (o a la cara del cubo) a un ritmo suficiente como para mantener el comportamiento proporcional a  $\rho^{5/3}$ .

Ahora podemos explorar las consecuencias de este cambio, porque podemos reutilizar el mismo argumento que en el caso no relativista para derivar la ecuación homóloga a la (5):

$$\kappa M^{4/3} GM^2.$$

Este es un resultado muy importante, porque, a diferencia de la ecuación (5), no depende en absoluto del radio de la estrella. La ecuación nos dice que la masa de este tipo de estrella, repleta de electrones que se mueven a la velocidad de la luz, solo puede tomar un valor muy específico. Si sustituimos el valor de  $\kappa'$  del párrafo anterior, obtenemos la predicción de que

$$M \propto \left( \frac{\hbar c}{G} \right)^{3/2} \left( \frac{Z}{Am_p} \right)^2$$

Este es exactamente el resultado que hemos presentado al principio de este capítulo para el valor máximo posible de la masa de una enana blanca. Estamos a punto de reproducir el resultado de Chandrasekhar. Lo único que nos queda por entender es por qué este valor en particular es el máximo posible.

Hemos aprendido que, para las enanas blancas que no son demasiado masivas, el radio no es demasiado pequeño y los electrones no están demasiado apretujados. Por lo tanto, su agitación cuántica no es excesiva y sus velocidades son pequeñas en comparación con la de la luz. Hemos visto que estas estrellas son estables, con una relación entre masa y radio de la forma  $RM^{1/3} = \text{constante}$ . Imaginemos ahora que añadimos más masa a la estrella. La relación entre masa y radio nos dice que la estrella se contrae y, en consecuencia, los electrones están más comprimidos, lo que significa que se agitan más rápido. Si seguimos añadiendo masa, la estrella se contrae aún más. Así pues, añadir masa hace que aumente la velocidad de los electrones, hasta que llega un momento en que se mueven a velocidades comparables a la de la luz. Al mismo tiempo, la presión pasará lentamente de  $P \propto \rho^{-5/3}$  a  $P \propto \rho^{-4/3}$  y, en este último caso, la estrella solo es estable para un valor concreto de la masa. Si la masa aumenta por encima de dicho valor, la parte derecha de  $\kappa'M^{4/3} \propto GM^2$  se vuelve más grande que la izquierda, y la ecuación se descompensa. Esto significa que la presión de los electrones (que reside en la mitad izquierda de la ecuación) es insuficiente para contrarrestar el tirón hacia el centro de la gravedad (que se plasma en la mitad derecha) y la estrella debe desmoronarse inexorablemente.

Si fuésemos más cuidadosos en nuestro tratamiento del momento del electrón y nos hubiésemos molestado en sacar las matemáticas avanzadas para calcular los números que faltan (de nuevo, una tarea perfectamente al alcance de un ordenador personal), podríamos hacer una predicción precisa respecto a la masa máxima de una enana blanca, según la cual:

$$M = 0,2 \left( \frac{\hbar c}{G} \right)^{\frac{3}{2}} \left( \frac{Z}{Am_p} \right)^2 = 5,8 \left( \frac{Z}{A} \right)^2 M_{\odot}$$

donde ahora hemos expresado la combinación de constantes físicas en función de la masa del Sol ( $M_{\odot}$ )

Fijémonos, por cierto, en que todo el trabajo adicional que nos hemos ahorrado sirve simplemente para obtener la constante de proporcionalidad, cuyo valor es de 0,2. Esta ecuación nos proporciona el límite de Chandrasekhar que buscábamos: 1,4 masas solares para  $Z/A = 1/2$ .

Este es realmente el final de nuestro recorrido. El cálculo que hemos llevado a cabo en este capítulo ha sido de un nivel matemático superior al del resto del libro, pero es, en nuestra opinión, una de las demostraciones más espectaculares de la potencia de la física moderna. Desde luego, no es algo «útil», pero sí se trata, sin duda, de uno de los grandes logros de la mente humana. Hemos utilizado la relatividad, la mecánica cuántica y un cuidadoso razonamiento matemático para calcular correctamente el tamaño máximo de un pegote de materia que el principio de exclusión puede sostener contra la gravedad. Esto significa que la ciencia es correcta, que la mecánica cuántica, por extraña que pueda parecer, es una teoría que describe el mundo real. Y esta es una buena manera de terminar.

## Lecturas adicionales

Para la preparación de este texto hemos recurrido a muchos libros, pero algunos de ellos merecen una mención especial y los recomendamos encarecidamente.

Para la historia de la mecánica cuántica, las fuentes definitivas son dos libros soberbios de Abraham Pais: *Inward Bound* y *El Señor es sutil: la ciencia y la vida de Albert Einstein*. Ambos son bastante técnicos, pero su nivel de detalle histórico es incomparable.

El libro de Richard Feynman *Electrodinámica cuántica: La extraña teoría de la luz y la materia* es de un nivel similar al nuestro, pero se centra más, como su título indica, en la teoría de la electrodinámica cuántica. Su lectura resulta muy grata, como sucede con la mayoría de los escritos de Feynman.

Para quienes buscan un mayor grado de detalle, el mejor libro sobre los fundamentos de la mecánica cuántica sigue siendo, en nuestra opinión, *The Principles of Quantum Mechanics*, de Paul Dirac. Para abordarlo es necesario un alto nivel de conocimientos matemáticos.

En la red, nos gustaría recomendar dos cursos disponibles en iTunes University: «Modern Physics: The Theoretical Minimum – Quantum Mechanics», de Leonard Susskind, y «Quantum Mechanics», de James Binney (Universidad de Oxford), de un nivel más avanzado. Ambos exigen un bagaje matemático razonable.

---

### Capítulo 1

<sup>1</sup> A menos, claro, que esté leyendo una versión electrónica del libro, en cuyo caso tendrá que recurrir a su imaginación.

### Capítulo 2

<sup>2</sup> Aunque no tan ridículo si tenemos en cuenta que una unidad de potencia muy utilizada todavía hoy es el «caballo de vapor».

<sup>3</sup> En otra época, el funcionamiento de los televisores estaba basado en esta idea. Un flujo de electrones generado por un alambre caliente se recogía y se focalizaba para formar un haz, que después era desviado por un campo magnético hacia una pantalla que brillaba cuando los electrones impactaban contra ella.

### Capítulo 3

<sup>4</sup> Quienes estén familiarizados con las matemáticas pueden intercambiar las expresiones así: «reloj» en lugar de «número complejo», «tamaño del reloj» por «módulo del número complejo» y «dirección de la manecilla» por «fase». El procedimiento para sumar los relojes no es más que la regla para la suma de números complejos.

### Capítulo 4

<sup>5</sup> O estético, según el punto de vista.

<sup>6</sup> Si tiene problemas para entender esta última frase, sustituya la palabra «reloj» por «onda».

<sup>7</sup> La energía cinética es igual a  $mv^2/2$  y la energía potencial es  $mgh$  cuando la bola se encuentra a una altura  $h$  por encima del suelo,  $g$  es la aceleración que experimentan todos los objetos en las proximidades de la Tierra. La acción es la diferencia entre ambas integrada entre los tiempos asociados con los dos puntos de la trayectoria.

<sup>8</sup> Esta reducción de la longitud de todos los relojes en la misma medida solo es estrictamente correcta si ignoramos los efectos de la teoría de la relatividad especial de Einstein. En caso contrario, algunos de ellos se reducirían en mayor medida que otros. Pero en este libro no nos preocuparemos por tal detalle.

<sup>9</sup> Para una partícula de masa  $m$  que salta una distancia  $x$  en un tiempo  $t$ , la acción es  $(1/2) m(x/t)^2 t$  si la partícula viaja en línea recta a velocidad constante. Pero eso no significa que la partícula cuántica se desplace de un lugar a otro en línea recta. La regla para el giro de las manecillas se obtiene al asociar un reloj con cada trayectoria posible de la partícula entre dos puntos, y el hecho de que, al sumar todas las trayectorias, el resultado sea igual a este resultado sencillo es una casualidad. Por ejemplo, la regla para el giro de las manecillas no es tan simple si incluimos las correcciones necesarias para garantizar la coherencia con la teoría de la relatividad especial de Einstein.

<sup>10</sup> Normalmente, un grano de arena tiene una masa de alrededor de 1 microgramo, que es una milmillonésima de kilogramo.

<sup>11</sup> Hay una cierta probabilidad de que la partícula se desplace incluso más allá de la situación «extrema» denotada por la región más grande en la figura, pero, como hemos visto, en ese caso los relojes normalmente se cancelan entre sí.

### Capítulo 5

<sup>12</sup> Quizá quiera comprobarlo explícitamente por su cuenta.

<sup>13</sup> El término «difracción» se utiliza para describir un tipo particular de interferencia, y es algo característico de las ondas.

<sup>14</sup> Por supuesto, si  $d$  es muy grande podríamos preguntarnos si podemos siquiera medir el momento. Evitaremos esta preocupación si nos aseguramos de que, por grande que sea  $d, L$  es aún mucho mayor.

<sup>15</sup> Recordemos que las representaciones de las ondas son en realidad una manera práctica de plasmar cuáles son las proyecciones de las manecillas de los relojes sobre la dirección de las 12 en punto.

<sup>16</sup> No obstante, esta forma de llegar al principio de indeterminación se basa en la ecuación de De Broglie para establecer un vínculo entre la longitud de onda y su momento.

<sup>17</sup> En nuestra jerga, las funciones de onda en el espacio de momentos que corresponden a partículas con momento definido se conocen como estados propios del momento.

<sup>18</sup> El hecho de que el potencial gravitatorio reproduzca exactamente la forma del terreno se debe a que en las proximidades de la superficie terrestre el potencial gravitatorio es proporcional a la altura sobre el suelo.

<sup>19</sup> De hecho, están descritas por funciones de Bessel.

<sup>20</sup> Esta fórmula se obtiene utilizando el hecho de que la energía es igual a  $(1/2)mv^2$  y que  $p = mv$ . En relatividad especial, estas ecuaciones sufren algunas modificaciones, pero el efecto es pequeño para un electrón dentro de un átomo de hidrógeno.

<sup>21</sup> Es una bola grande y no debemos preocuparnos por la agitación cuántica. Pero si se le había ocurrido, es buena señal: su intuición se está cuantizando.

<sup>22</sup> En realidad, los músicos probablemente tampoco dicen eso. Desde luego, seguro que los baterías no lo hacen, porque «frecuencia» es una palabra de más de dos sílabas.

<sup>23</sup> Es decir,  $n = 1$  en el caso de un pozo de potencial cuadrado

<sup>24</sup> Por cierto, si sabemos que  $E = cp$  para partículas sin masa, que es una consecuencia de la teoría de la relatividad especial de Einstein, entonces  $E = hc/\lambda$  se deduce inmediatamente haciendo uso de la ecuación de De Broglie.

### Capítulo 7

<sup>25</sup> Técnicamente, como hemos mencionado en el capítulo anterior, dado que el pozo de potencial alrededor del protón posee simetría esférica en lugar de ser una caja cuadrada, la solución de la ecuación de Schrödinger debe ser proporcional a un armónico esférico. La correspondiente dependencia angular da lugar a los números cuánticos  $l$  y  $m$ . La dependencia radial de la solución da lugar al número cuántico principal  $n$ .

<sup>26</sup> En el capítulo 10 aprenderemos que tener en cuenta la posibilidad de que los dos electrones interactúen entre sí significa que necesitamos calcular la probabilidad de encontrar el electrón 1 en A y el electrón 2 en B «al mismo tiempo», porque no se reduce a la multiplicación de dos probabilidades independientes. Pero, para lo que queremos ver en este capítulo, esto no es más que un detalle.

<sup>27</sup> En unidades de la constante de Planck dividida por  $2\pi$

### Capítulo 8

<sup>28</sup> Extracto del discurso de aceptación del premio Nobel de 1956.

<sup>29</sup> En el contexto de esta discusión, estamos ignorando el espín del electrón. Lo que hemos dicho sigue siendo válido si imaginamos que se refiere a dos electrones con el mismo espín.

<sup>30</sup> Recordemos que estamos pensando en dos electrones idénticos; es decir, que tienen el mismo espín.

<sup>31</sup> Siempre que los protones no se muevan demasiado rápido uno respecto al otro.

<sup>32</sup> Esto es cierto para ondas estacionarias, en las que el tamaño del reloj y su proyección sobre la dirección de las 12 en punto son proporcionales entre sí.

<sup>33</sup> Podríamos pensar que hay cuatro funciones de onda más, correspondientes a las que hemos dibujado pero invertidas. No obstante, como hemos dicho, estas son equivalentes a las que hemos representado.

<sup>34</sup> El electronvoltio es una unidad de energía muy práctica para hablar de electrones en átomos y se utiliza mucho en física nuclear y física de partículas. Es la energía que ganaría un electrón si se acelerase mediante una diferencia de potencial de 1 voltio. La definición no es importante, lo que sí importa es que es una manera de cuantificar la energía. Para que nos hagamos una idea de su magnitud, la energía necesaria para liberar completamente un electrón a partir del estado fundamental del átomo de hidrógeno es de 13,6 electronvoltios.

### Capítulo 9

<sup>35</sup> Esta definición es simplemente una convención, fruto de un accidente histórico. Podríamos igualmente definir que la corriente fluye en la dirección en la que se desplazan los electrones de la banda de conducción.

### Capítulo 10

<sup>36</sup> El propagador también reduce el tamaño del reloj, para asegurarse de que la probabilidad total de encontrar la partícula en algún lugar del universo en el instante T es igual a la unidad.

<sup>37</sup> Ya hemos visto esta idea cuando nos hemos enfrentado al principio de exclusión de Pauli en el capítulo 7

<sup>38</sup> Este es un detalle técnico, porque la regla de giro y contracción de la manecilla que hemos utilizado a lo largo de este libro hasta ahora no incluye los efectos de la relatividad especial. Tenerlos en cuenta, como deberíamos hacer siempre que describamos fotones, significa que las reglas de giro y contracción de la manecilla son distintas para el electrón y el fotón.

<sup>39</sup>  $g$  está relacionada con la constante de estructura fina: 
$$\alpha = \frac{g^2}{4\pi}$$

<sup>40</sup> Este es un detalle técnico para asegurarnos de que el electrón experimenta una fuerza magnética de intensidad aproximadamente constante a lo largo de su recorrido.

<sup>41</sup> Que fue el que Bohr predijo en 1913.

### Capítulo 11

<sup>42</sup> Un «evento» es una única colisión protón-protón. Como la física fundamental es cuestión de números (y trabaja con probabilidades) es necesario seguir generando colisiones de protones para acumular una cantidad suficiente de los eventos tan poco habituales en los que se produce un bosón de Higgs. Qué se entiende por una cantidad suficiente, depende de la habilidad de los investigadores a la hora de eliminar con confianza señales falsas.

<sup>43</sup> Nuestra capacidad para tratar una partícula masiva como si fuera una partícula sin masa a la que se le aplica una regla «de tramos» se debe al hecho de que  $P(A, B) = L(A, B) + L(A, 1) L(1, B)S + L(A, 1) L(1, 2) L(2, B)S^2 + L(A, 1) L(1, 2) L(2, 3) L(3, B)S^3 + \dots$ , donde S es el factor de contracción asociado a una etapa y se entiende que debemos sumar sobre todos los puntos intermedios: 1, 2, 3, etcétera.

<sup>44</sup> Cuando escribimos estas líneas, los datos no son inconsistentes con esta afirmación, pero aún es necesario continuar con los análisis antes de poder determinar los acoplamientos.

<sup>45</sup> Este es un detalle sutil que se deriva de la «simetría de gauge» en la que se basan las reglas de salto y de desintegración de las partículas elementales.

<sup>46</sup> Higgs era demasiado modesto para llamarlas así

### Epílogo

<sup>47</sup> Recordemos del capítulo 5 que las partículas con momento bien definido se describen mediante ondas de extensión infinita y que, si permitimos una cierta dispersión de momentos, podemos empezar a localizar la partícula. Pero esto tiene un límite, y no tiene sentido hablar de una partícula de determina longitud de onda si está localizada en una distancia menor que la longitud de onda.

<sup>48</sup> Podemos generalizar para toda la estrella porque no estamos especificando dónde se encuentra realmente el cubo. Si somos capaces de demostrar que un cubo situado en cualquier lugar de la estrella no se mueve, eso significa que ningún cubo similar se mueve y que la estrella es estable.

<sup>49</sup> Sin duda, es posible calcular con mayor precisión cómo se mueven los electrones, pero a costa de introducir más matemáticas.

<sup>50</sup> La segunda ley de Newton se puede escribir como  $F = dp/dt$ . Cuando la masa es constante, esto toma la forma más habitual:  $F = mdv/dt = ma$ .

<sup>51</sup> Aquí hemos combinado los exponentes de acuerdo con la regla general:  $x^a x^b = x^{a+b}$ .

<sup>52</sup> Una tarea para quien tenga inclinaciones matemáticas: demuestre que

$$g(a) = 4\pi R^2 \bar{\rho} \int_0^a x^2 f(x) dx$$

esto es, que en realidad la función  $g(a)$  ya está definida una vez que conocemos la función  $f(a)$